

Clemens Westerkamp

Anwendung der Mehrgrößen- Parameterschätzung zur Simulation von linearen passiven elektrischen Netzwerken



ISBN Ebook 978-3-903347-01-4
ISBN Print 978-3-901608-51-3

Fortschrittsberichte Simulation

FBS Band 1

Herausgegeben von ASIM

Arbeitsgemeinschaft Simulation, Fachausschuß 4.5 der GI

C. Westerkamp

Anwendung der Mehrgrößen- Parameterschätzung zur Simulation von linearen passiven elektrischen Netzwerken

ARGESIM / ASIM – Verlag, Wien, 1996

ISBN Print 978-3-901608-51-3

Ebook Reprint 2020

ISBN Ebook 978-3-903347-01-4

DOI: 10.11128/fbs.01

ASIM Fortschrittsberichte Simulation

Herausgegeben von **ASIM**, Arbeitsgemeinschaft Simulation, Fachausschuß 4.5 der GI und der **ARGESIM**

Betreuer der Reihe:

Prof. Dr. G. Kampe (ASIM)
Fachhochschule Esslingen
Flanderstraße 101, D-73732 Esslingen
Tel: +49-711-397-3741, Fax: +49-711-397-3763
Email: kampe@ti.fht-esslingen.de

Prof. Dr. D.P.F. Möller (ASIM)
Inst. F. Informatik, TU Clausthal-Zellerfeld
Erzstraße 1, D-38678 Clausthal-Zellerfeld
Tel: +49-5323-72-2404, Fax: +49-5323-72-3572,
moeller@vax.in.tu-clausthal.de

Prof. Dr. F. Breitenecker (ARGESIM / ASIM)
Abt. Simulationstechnik, Technische Universität Wien
Wiedner Hauptstraße 8 - 10, A - 1040 Wien
Tel: +43-1-58801-5374, Fax: +43-1-5874211,
Email: Felix.Breitenecker@tuwien.ac.at

FBS Band 3

Titel: Anwendung der Mehrgrößen-Parameterschätzung zur Simulation
von linearen passiven Netzwerken

Autor: Dr.-Ing. Clemens Westerkamp
Email: c.westerkamp@hs-osnabrueck.de

Begutachter des Bandes:

Prof. Dr. G. Kampe, Prof. Dr. D.P.F. Möller

ARGESIM / ASIM – Verlag, Wien, 1996
ISBN Print 978-3-901608-51-3
Ebook Reprint 2020
ISBN Ebook 978-3-903347-01-4
DOI: 10.11128/fbs.01

Das Werk ist urheberrechtlich geschützt. Die dadurch begründeten Rechte, insbesondere die der Übersetzung, des Nachdrucks, der Entnahme von Abbildungen, der Funksendung, der Wiedergabe auf photomechanischem oder ähnlichem Weg und der Speicherung in Datenverarbeitungsanlagen bleiben, auch bei nur auszugsweiser Verwertung, vorbehalten.

© by ARGESIM / ASIM, Wien, 1996

Die Wiedergabe von Gebrauchsnamen, Handelsnamen, Warenbezeichnungen usw. in diesem Werk berechtigt auch ohne besondere Kennzeichnung nicht zur Annahme, daß solche Namen im Sinne der Warenzeichen- und Markenschutz - Gesetzgebung als frei zu betrachten wären und daher von jedermann benutzt werden dürften.

Anwendung der Mehrgrößen-Parameterschätzung
zur Simulation von
linearen passiven elektrischen Netzwerken

Von der Fakultät für Maschinenwesen
der Universität Hannover
zur Erlangung des akademischen Grades

Doktor-Ingenieur

genehmigte Dissertation

von

Dipl.-Ing. Clemens Westerkamp

geboren am 29. Juli 1963 in Münster/Westfalen

1996

Referent: Prof. Dr.-Ing. H. Frohne
Korreferent: Prof. Dr.-Ing. W. Gerth
Tag der Promotion: 4. März 1996

Kurzfassung

Westerkamp, Clemens

Anwendung der Mehrgrößen-Parameterschätzung zur Simulation von linearen passiven elektrischen Netzwerken

Es wird ein Verfahren zur Extraktion konzentrierter Parameter unbekannter Mehrgrößen-übertragungssysteme aus beobachteten Ein- und Ausgangssignalen vorgestellt.

Das Verfahren verwendet lineare passive elektrische Netzwerke als Realisierung der Mehrgrößensysteme. Die Bestimmung von Ersatzmodellen eines solchen Netzwerkes wird durch Anwendung der Mehrgrößen-Parameterschätzung ermöglicht. Beispielhaft werden Netzwerke mit Leitwerten und Kapazitäten untersucht.

Unter ausschließlicher Kenntnis der Ein- und Ausgangssignale des Netzwerkes (äußere Ströme und Spannungen) ist die Ermittlung eines Modells mit gutem Zeitverhalten möglich. Auch die Werte der unbekannt Schaltelemente können näherungsweise bestimmt werden. Die dazu erforderlichen Voraussetzungen und einzuhaltenden Randbedingungen sind mit ihrem Einfluß auf den Schätzerfolg dargestellt.

Die zur Berücksichtigung von vorab bekannten Parametern notwendigen Erweiterungen des Schätzverfahrens werden durchgeführt und das Ergebnis verifiziert.

Die Anwendung des Verfahrens zur Erzeugung von Simulationsmodellen für die Temperaturverteilung in Käfigläufern elektrischer Maschinen wird beschrieben. Für die zugehörigen experimentellen Untersuchungen ist ein Referenzmodell auf Basis der Finite-Elemente-Methode entwickelt worden. Es zeigt sich, daß trotz des Fehlereinflusses der örtlichen Diskretisierung eine Gewinnung realistischer Simulationsmodelle auch bei eingeschränkter Datenmenge und suboptimal erfüllten Randbedingungen möglich ist.

Das Verfahren ist zur Analyse unbekannter elektrischer Netzwerke und zur Erzeugung realistischer Modelle für die Durchführung von Temperatursimulationen geeignet.

Vorwort

Die vorliegende Arbeit entstand während meiner Tätigkeit als wissenschaftlicher Mitarbeiter am Institut für Grundlagen der Elektrotechnik und Meßtechnik.

Herrn Prof. Dr.-Ing. H. Frohne danke ich für die Anregung zu dieser Arbeit, für die stetige Unterstützung und die motivierende und interessierte Begleitung.

Herrn Prof. Dr.-Ing. W. Gerth danke ich für das entgegengebrachte Interesse und die wertvollen Anregungen sowie für die Übernahme des Korreferats.

Prof. Dr. Möller, Prof. Dr.-Ing. Kampe und Prof. Dr. Breitenecker haben es ermöglicht, diese Arbeit in der Reihe 'Fortschrittsberichte Simulation/ARGESIM Reports' der Arbeitsgemeinschaft für Simulationstechnik (ASIM) zu veröffentlichen, wofür ich ihnen herzlich danke.

Allen Mitarbeiterinnen und Mitarbeitern des Instituts und auch des Instituts für Leistungselektronik danke ich für die freundliche und unterstützende Arbeitsatmosphäre, die Diskussions- und Hilfsbereitschaft und für die angenehme Zusammenarbeit.

Mein Dank gilt auch den Studenten, die sich engagiert für das Gelingen der Arbeit einsetzen.

Meiner Familie und vor allem meiner Frau danke ich für die Anteilnahme und die verständnisvolle Unterstützung.

Hannover, im Juli 1996

Inhalt

Inhalt	V
Verzeichnis der verwendeten Symbole und Abkürzungen	IX
1 Einleitung	1
2 Mehrgrößensysteme	5
2.1 Strukturelle Eigenschaften von Mehrgrößensystemen	5
2.2 Mehrgrößensysteme in zeitkontinuierlicher Betrachtung	7
2.2.1 Darstellung im Zeitbereich in Form der Impuls- oder Sprungantwort	7
2.2.2 Darstellung im Zustandsraum	8
2.3 Beschreibungsmöglichkeiten zeitdiskreter Mehrgrößensysteme	10
2.3.1 Gewichtsfolge und Sprungfolge	10
2.3.2 Zeitdiskreter Zustandsraum	11
2.3.3 Teilsysteme als Vektor-Differenzgleichungen	13
3 Parameterschätzung in zeitdiskreten Mehrgrößensystemen	15
3.1 Einführung	15
3.2 Voraussetzungen	16
3.3 Parameterschätzverfahren	17
3.3.1 Mehrgrößen-Parameterschätzung nach der "Methode der kleinsten Quadrate" (Gauß-Schätzer)	17
3.3.2 Gauß-Markov-Schätzer	19
3.3.3 Minimum-Varianz-Bayes-Schätzer	20

4	Lineare passive elektrische Netzwerke als Mehrgrößensysteme	21
4.1	Eigenschaften elektrischer Netzwerke	21
4.1.1	Struktureigenschaften	21
4.1.2	Energiespeichereigenschaften passiver elektrischer Netzwerke	23
4.2	Zeitkontinuierliche Beschreibungsmöglichkeiten	25
4.2.1	Differentialgleichungssysteme	25
4.2.2	Zustandsraum	26
4.3	Steuerbarkeit und Beobachtbarkeit	27
4.4	Zeitdiskrete Darstellungsmöglichkeiten	27
4.4.1	Zustandsraum	27
4.4.2	Vektor-Differenzgleichungen für Teilsysteme	28
4.5	Modifizierte Modellbildung für den Einsatz eines Mehrgrößensystem-Parameterschätzverfahrens	29
4.6	Berücksichtigung der stationären Lösung	31
5	Realisierung einer rechnergestützten Mehrgrößensystem-Parameterschätzung mit Vorwissen	33
5.1	Anforderungen	33
5.2	Programm-Algorithmus	34
5.3	Eigenschaften des Programms zur Mehrgrößensystem-Parameterschätzung	34
5.4	Zeitbedarf der Schätzungen	36
6	Einsatz des Mehrgrößensystem-Parameterschätzverfahrens bei linearen passiven elektrischen Netzwerken	37
6.1	Definition des Signalfehlers und des Parameterfehlers	38
6.2	Testmodelle und Testsignale	40
6.3	Klassifizierung der auftretenden Fehler	40

6.4	Schätzerfolg in Abhängigkeit von Signal- und Systemeigenschaften	42
6.4.1	Abstand der Zeitschritte und Knotenzahl	43
6.4.2	Schätzfehler bei einzelnen Parametergruppen (Schaltelementtypen)	45
6.4.3	Anzahl der Signalwerte	46
6.4.4	Struktur des Systems	48
6.4.5	Eigenwertgruppierung	49
6.4.6	Art der Anregung	50
6.4.7	Aussteuerungsamplitude	52
6.4.8	Störungen der Signale	53
6.4.9	Simulation mit einem kontinuierlichen Netzwerksimulator (Spice)	55
6.4.10	À-Priori-Wissen über einzelne Parameter	57
6.5	Realisierungsmöglichkeiten optimaler Testsignale im Rahmen der Prozeßführung	60
7	Anwendung der Parameterschätzung am Beispiel von Temperaturmodellen elektrischer Maschinen	61
7.1	Analogie zwischen elektrischer und thermischer Simulation mit diskretisierten Simulationsmodellen	63
7.2	Finite-Elemente-Modell des Temperaturverhaltens eines Käfigläufers	67
7.3	Temperatursimulation eines Käfigläufers mit einfachen Wärmequellennetzen	73
7.4	Fehlerursachen beim Temperaturmodell eines Käfigläufers	79
7.4.1	Nichtlinearität zwischen Ein- und Ausgangsgrößen	79
7.4.2	Diskretisierung beim Übergang von verteilten auf konzentrierte Parameter	81
7.4.3	Gestörte Ein- oder Ausgangssignale	81
7.4.4	Unvollständige Datenbasis	82

8 Zusammenfassung	83
Literaturverzeichnis	85
Anhang Beschreibung der verwendeten Testmodelle	91
A1 Eigenwerte der Testmodelle	91
A2 Bauteilwerte der Testmodelle	92
Lebenslauf	95

Verzeichnis der verwendeten Symbole und Abkürzungen

Konventionen zur Schreibweise

\underline{a}	Vektor
$\tilde{\underline{a}}$	\underline{a} ist nur in seinen stochastischen Eigenschaften bekannt
$\hat{\underline{a}}$	Schätzwert für den Vektor \underline{a}
$\bar{\underline{a}}$	Vorab bekannte oder vermutete Werte des Vektors \underline{a} (À-Priori-Wissen)
$\underline{\underline{A}}$	Matrix
$\underline{\underline{A}}^{-1}$	Inverse der Matrix $\underline{\underline{A}}$
$\underline{\underline{A}}^T$	Transponierte der Matrix $\underline{\underline{A}}$

Formelzeichen

$l(t)$	Sprungfunktion
$\delta(t)$	Impulsfunktion (DIRAC/Delta-Impuls)
ϑ	Temperatur
ϑ_a	Außentemperatur eines Fluids, zu dem Konvektion besteht
$a_0, a_1 \dots a_n$	Eingangssignal-Koeffizienten von Vektor-Differenzgleichungen
$b_0, b_1 \dots b_m$	Ausgangssignal-Koeffizienten von Vektor-Differenzgleichungen
$\underline{\underline{A}}$	Systemmatrix der zeitkontinuierlichen Zustandsraumdarstellung
$\underline{\underline{A}}_S$	Systemmatrix der zeitdiskreten Zustandsraumdarstellung
$\underline{\underline{B}}$	Eingangssteuermatrix im zeitkontinuierlichen Zustandsraum
$\underline{\underline{B}}_S$	Eingangssteuermatrix im zeitdiskreten Zustandsraum
C	Elektrische Kapazität
C_w	Wärmekapazität
$\underline{\underline{C}}$	Ausgangsbeobachtungsmatrix im zeitkontinuierlichen Zustandsraum
$\underline{\underline{C}}_S$	Ausgangsbeobachtungsmatrix im zeitdiskreten Zustandsraum
$\underline{\underline{D}}$	Durchgangsmatrix im zeitkontinuierlichen Zustandsraum
$\underline{\underline{D}}_S$	Durchgangsmatrix im zeitdiskreten Zustandsraum

\underline{D}_i	Matrix der Dissipationselemente, Leitwerte und Widerstände eines Netzwerks
\underline{E}	Einheitsmatrix
$g(t)$	Gewichtsfunktion (Impulsantwort)
$\underline{G}(t)$	Matrix der Gewichtsfunktionen
G	Leitwert
G_x	Leitwert gegenüber dem Bezugspotential
G_{xy}	Leitwerte zu benachbarten Knoten
$i(t), i(k)$	Strom (zeitkontinuierlich, zeitdiskret)
k	Zeitlicher Index für abgetastete Signale
\underline{M}	Beobachtungsmatrix
m	Zahl der Eingangssignal-Koeffizienten einer Vektor-Differenzgleichung
N	Anzahl der Knoten eines Netzwerks (einschließlich Bezugsknoten)
n	Anzahl der Knoten eines Netzwerks (ohne Bezugsknoten) und Zahl der Ausgangssignal-Koeffizienten einer Vektor-Differenzgleichung
P	Leistung
p	Anzahl der Eingänge eines Mehrgrößensystems
\underline{p}	Parametervektor
$\tilde{\underline{p}}$	geschätzter Parametervektor
$\bar{\underline{p}}$	Vektor der à priori bekannten Parameter
q	Anzahl der Ausgänge eines Mehrgrößensystems, auch: Vernetzungsgrad
\underline{r}	Störungsvektor allgemein
\underline{r}_W	Störungsvektor (weißes Rauschen)
R_α	Wärmewiderstand aufgrund von Konvektion
R_λ	Wärmewiderstand aufgrund von Wärmeleitung
\underline{S}	Matrix der Speicherelemente, Kapazitäten und Induktivitäten eines Netzwerks
T_A	Abtastperiodendauer
$u(t)$	Sprungantwort
\underline{U}	Matrix der Sprungantworten
$u(t), u(k)$	Spannung (zeitkontinuierlich, zeitdiskret)
\underline{u}	Eingangssignale
$\text{Var}(p_x)$	Varianz des Vektorelements p_x des Vektors \underline{p}
\underline{V}_p	Kovarianzmatrix des Parametervektors
\underline{V}_r	Kovarianzmatrix des Rauschens
W_z	Anzahl der Abtastwerte
x, y	Indices der verschiedenen Knoten

\underline{x}	Zustandsvektor
\underline{y}	Ausgangssignale
\underline{y}_S	(gestörter) Ausgangssignalvektor
\underline{y}_M	Modell-Ausgangssignalvektor
z	Anzahl der Zweige eines Graphen
z_K	Anzahl der Zweige am Knoten eines Graphen
z_M	Anzahl der Zweige der Masche eines Graphen

Verzeichnis der Abkürzungen

ANSYS	Programmpaket zur Modellierung und Berechnung von Feldproblemen mit partiellen Differentialgleichungen durch die Methode der Finiten Elemente
FEM	<u>F</u> inite- <u>E</u> lemente- <u>M</u> ethode
MIMO	<u>M</u> ulti <u>I</u> nput <u>M</u> ulti <u>O</u> utput System (System mit mehreren Ein- und Ausgängen)
MISO	<u>M</u> ulti <u>I</u> nput <u>S</u> ingle <u>O</u> utput System (System mit mehreren Eingängen und einem Ausgang)
SIMO	<u>S</u> ingle <u>I</u> nput <u>M</u> ulti <u>O</u> utput System (System mit einem Eingang und mehreren Ausgängen)
SISO	<u>S</u> ingle <u>I</u> nput <u>S</u> ingle <u>O</u> utput System (System mit einem Eingang und einem Ausgang)
SPICE	Programmpaket zur Simulation elektrischer Schaltungen
WQN	Wärmequellennetz

1 Einleitung

Verfahren der Systemidentifikation bieten die interessante Möglichkeit, Parameter eines unbekanntes Mehrgrößensystems ausschließlich aus dem Verlauf der Klemmengrößen zu schätzen und in einem Ersatzmodell abzubilden. Die Anwendungsmöglichkeiten der Parameterschätzverfahren sind dabei nicht auf den technischen Bereich beschränkt. Sie werden beispielsweise auch in den Naturwissenschaften und zur Gewinnung volkswirtschaftlicher Modelle eingesetzt [29]. In der Literatur und auch in dieser Arbeit werden die Begriffe Identifikation und Schätzung synonym verwendet.

Lineare passive elektrische Netzwerke sind eine dem Ingenieur vertraute Realisierung von Mehrgrößensystemen und dienen in dieser Arbeit als Untersuchungsobjekte. Die Methoden zur Analyse und Synthese von Mehrgrößensystemen können zur Bestimmung der Systemeigenschaften elektrischer Netzwerke und zu ihrer Simulation eingesetzt werden. Dabei ist sowohl die korrekte Wiedergabe des Zeitverhaltens als auch die Ermittlung einzelner Systemparameter von Interesse. Ist ein gutes Zeitverhalten des geschätzten Modells erreicht, so wurde ein korrektes *Klemmenmodell* des unbekanntes Netzwerks ermittelt. Darüber hinaus kann die möglichst genaue Bestimmung der Werte der einzelnen Schaltelemente des Netzwerks von Interesse sein. Diese Aufgabe entspricht der Ermittlung eines korrekten *Strukturmodells*.

Das Ziel dieser Arbeit ist es zu untersuchen, unter welchen Umständen die Bestimmung korrekter Modelle elektrischer Netzwerke auf der Basis beobachteter Ein- und Ausgangsgrößen möglich ist.

In [51] sind die beim Einsatz eines Schätzverfahrens durchzuführenden Arbeitsschritte, wie in Bild 1.1 dargestellt, eingeteilt.



Bild 1.1 Arbeitsschritte bei der Durchführung einer Parameterschätzung (nach[51])

Wichtige Parameter der *Signalanalyse* sind der Zeitschrittabstand und der Umfang der zu ermittelnden Daten. Der Zeitschrittabstand beeinflusst die Schätzung in Wechselwirkung mit den Eigenwerten des Systems. Der Datenumfang kann durch die mangelnde Stationarität des Prozesses (Drift) und durch die Einrichtungen zur Meßwerterfassung und -verarbeitung eingeschränkt sein. Die auftretenden Signale können durch den laufenden Betrieb des Systems oder durch eingeprägte Testsignale hervorgerufen werden. Besteht Freiheit bei der Wahl der Anregung des Systems, so ist diese dahingehend zu nutzen, daß alle Eigenwerte des Systems ausreichend angeregt werden. Dabei ist es wichtig, den Einfluß von Dynamik, Amplitude und die statistischen Eigenschaften der Eingangsgrößen auf den Schätzerfolg zu kennen. Stammen die Signale aus zeitkontinuierlichen Prozessen, so ist zusätzlich zum Verfahrensfehler ein Fehlerbeitrag durch den Abtastvorgang und durch eventuelle Störungen zu erwarten. Sind bei der Signalanalyse Informationen über die zu erwartenden Meßfehler und Störeinflüsse zumindest in ihren statistischen Eigenschaften vorhanden, können sie in geeigneten Schätzverfahren berücksichtigt werden.

Liegen die Signale des untersuchten Netzwerks aus der Signalanalyse vor, so müssen die Vorstellungen über die Struktur und mathematische Darstellung des Netzwerks in einem *Modellansatz* formuliert werden. Dazu stehen verschiedene Darstellungsarten von Mehrgrößensystemen zur Verfügung. Um die Modellbildung passiver elektrischer Netzwerke zu ermöglichen, sind ihre Struktur- und Energieeigenschaften zu untersuchen und in einer geeigneten Darstellungsform als Mehrgrößensystem zu formulieren. Für die Bearbeitung mit Mehrgrößen-Parameterschätzverfahren ist eine Darstellung der Netzwerke im Zustandsraum und durch Vektor-Differenzgleichungen sinnvoll. Beim Übergang zu zeitdiskreten Systemen ist die mathematische Behandlung des Abtastvorgangs zu berücksichtigen. Schließlich sollte eine Modellbildung angestrebt werden, die eine eindeutige Zuordnung zwischen Klemmen- und Strukturmodell, also zwischen mathematischen Parametern und Bauteilwerten elektrischer Schaltungen, möglich macht. Eine solche eindeutige Zuordnung ist für die Ermittlung von Schätzwerten für einzelne Schaltelemente vorteilhaft, außerdem ist das Einbringen von *À-Priori*-Wissen und dessen Unsicherheit besser möglich. Die Topologie und die Art der vorkommenden Schaltelemente engen die Struktur und die Wertebereiche der Systemmatrix des Mehrgrößensystems ein. Strukturelle Eigenschaften eines Systems spiegeln sich in dessen Topologie wider. Ein Netzwerk kann z.B. eine Kettenleiterstruktur haben oder Verbindungen aller Knoten untereinander aufweisen. Weitere Systemeigenschaften mit Einfluß auf den Schätzerfolg sind die Eigenwerte.

Das in dieser Arbeit eingesetzte Verfahren zur Mehrgrößen-Parameterschätzung basiert in seiner *Numerik* auf dem Gauß-Schätzer, dem klassischen Verfahren der kleinsten Quadrate. Das dort eingesetzte *Fehlerkriterium* ist der Modellausgangsfehler, der durch Anpassung der Modellparameter an die Datenbasis minimiert wird. Bei der Auswahl des Schätzverfahrens ist zu berücksichtigen, daß einige physikalische Eigenschaften zumindest in ihrer Größenordnung bekannt sein können. Daher ist es für eine effiziente Schätzung von Vorteil, wenn Vorwissen über einzelne Parameter und deren Unsicherheit in die Schätzung einfließen kann. Allgemeinere Schätzansätze, die auf Erweiterungen zum Gauß-Schätzer beruhen, ermöglichen dieses Einbringen von Vorwissen.

Zur Durchführung der Arbeitsschritte in Bild 1.1 ist es sinnvoll, eine programmtechnische Realisierung des Schätzverfahrens zu entwickeln. Sowohl das interaktive Durchführen von Einzeluntersuchungen als auch ein automatisches Abarbeiten von Reihenuntersuchungen mit gezielter Variation einzelner Einflußgrößen sollten vom Programm unterstützt werden.

Die erreichbare Genauigkeit der Schätzung ist anhand theoretischer Modelle mit bekannten Systemeigenschaften zu untersuchen. Dabei sind Kriterien für den Schätzerfolg notwendig, die die Eignung als Klemmen- und als Strukturmodell getrennt bewerten. Ebenso müssen verfahrensimmanente Fehler und Fehler bei der Signalerfassung und -verarbeitung unterschieden werden.

Neben der Untersuchung theoretischer Modelle mit bekannten Systemeigenschaften soll ein Anwendungsbeispiel aus der Simulationstechnik betrachtet werden. Die Simulation der Temperaturverteilung im Käfigläufer einer elektrischen Maschine ist mit Hilfe von Wärmequellennetzen möglich. Dazu muß die Analogie zwischen elektrischen Netzwerken und äquivalenten Wärmequellennetzen erläutert werden. Zur Verifizierung der gewonnenen Simulationsmodelle können Herstellerdaten herangezogen werden. Ein Referenzmodell auf Basis der Finite-Elemente-Methode dient dazu, die Grenzen des Verfahrens bezüglich der Genauigkeit und der Komplexität der erzeugten Simulationsmodelle reproduzierbar aufzuzeigen. An diesem Anwendungsbeispiel kann außerdem dargestellt werden, inwieweit bei unzureichend berücksichtigten Randbedingungen die Gewinnung von Simulationsmodellen mit ausreichendem Zeitverhalten möglich ist.

2 Mehrgrößensysteme

In diesem Kapitel sind die Eigenschaften und Darstellungsarten von Mehrgrößensystemen beschrieben. Dabei werden passive lineare zeitinvariante Systeme ohne Störungen vorausgesetzt, die nach ihrer Struktur und dem Zeitverhalten ihrer Ein- und Ausgangsgrößen untergliedert werden. Die Verfahren zur Parameterschätzung bedienen sich üblicherweise zeitdiskreter Modelle. Daher ist die mathematische Behandlung des Abtastvorgangs als Übergang vom zeitkontinuierlichen zum zeitdiskreten Zustandsraum wichtig. Unter Berücksichtigung des Abtastfehlers können zeitkontinuierliche Systeme in Digitalrechnern bearbeitet werden. Aus der Darstellung im zeitdiskreten Zustandsraum werden Vektor-Differenzgleichungen für Teilsysteme abgeleitet, um eine für die Mehrgrößen-Parameterschätzung geeignete Darstellung zu erlangen.

2.1 Strukturelle Eigenschaften von Mehrgrößensystemen

Mehrgrößenmodelle gliedern sich in Struktur- und Klemmenmodelle. Strukturmodelle enthalten Informationen über den inneren Aufbau und alle vorkommenden Größen. Sie basieren damit auf einer Analyse der physikalischen Anordnung, die mit ihrer inneren Struktur wiedergegeben wird.

Ein Klemmenmodell hingegen beschreibt das System ausschließlich über die Ein- und Ausgangsgrößen der Klemmen. Dabei treten innere Größen nicht unbedingt in Erscheinung. Der Übergang von einem Struktur- zu einem Klemmenmodell ist prinzipiell möglich. In der Regel findet dabei allerdings ein Informationsverlust statt. Ein gegebenes Klemmenmodell kann durch verschiedene Strukturmodelle realisiert werden.

Ein anderes Unterscheidungskriterium von Mehrgrößensystemen ist die Richtung des Signalflusses. Im allgemeinen geht man davon aus, daß es zwischen jedem Eingang und jedem Ausgang ein Eingrößensystem gibt. Die Zusammenfassung der Signale der einzelnen Eingrößensysteme ist an den Ein- oder Ausgangsklemmen möglich. Werden an

den Ausgängen die Ausgangssignale der Eingrößensysteme summiert, so spricht man von p-kanonischen Systemen. In diesem Fall sind alle Übertragungsblöcke von den Eingängen zu den Ausgängen gerichtet. Ein Beispiel für ein p-kanonisches Zweigrößensystem zeigt Bild 2.1.

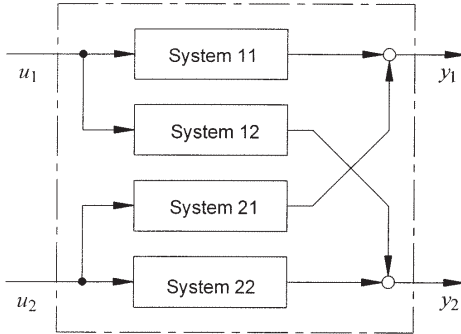


Bild 2.1 System mit je zwei Ein- und Ausgängen in p-kanonischer Struktur

Anders als bei der p-kanonischen Struktur werden bei der v-kanonischen Struktur die Ausgangssignale zurückgeführt und vor den Eingrößensystemen summiert. Hier gibt es Übertragungsblöcke in beide Richtungen. V-kanonische Strukturen lassen sich in p-kanonische überführen. P-kanonische Mehrgrößensysteme mit p Eingängen und q Ausgängen können durch Aufteilung des Gesamtsystems in q Teilsysteme mit je p Eingängen und einem Ausgang beschrieben werden. Diese Teilsystemstruktur wird MISO-Struktur genannt (Multi Input Single Output). In Bild 2.1 bilden die Systeme 11 und 21 sowie die Systeme 12 und 22 je ein MISO-System, wie in Bild 2.2 dargestellt ist.

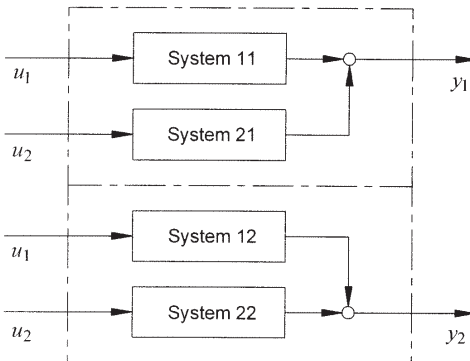


Bild 2.2 Aufteilung eines Zweigrößensystems in zwei MISO-Systeme

Weitere strukturelle Eigenschaften von Mehrgrößensystemen sind in Kapitel 4 am Beispiel der Topologie elektrischer Netzwerke erläutert.

2.2 Mehrgrößensysteme in zeitkontinuierlicher Betrachtung

Im folgenden Abschnitt sind zeitkontinuierliche Mehrgrößensysteme beschrieben. Sie können im Zeitbereich durch ihre Reaktion auf definierte Testsignale charakterisiert werden, im Zustandsraum durch strukturiertes Aufstellen ihrer Vektordifferentialgleichungen erster Ordnung.

2.2.1 Darstellung im Zeitbereich in Form der Impuls- oder Sprungantwort

Bild 2.3 zeigt ein lineares Eingrößensystem mit dem Eingangssignal $u(t)$ und dem Ausgangssignal $y(t)$:

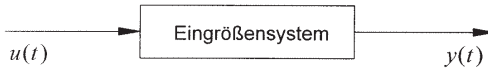


Bild 2.3 Lineares Eingrößensystem

Wird als Eingangsfunktion $u(t)$ ein Delta-Impuls gewählt, so beschreibt die Ausgangsfunktion $y(t)$ das System vollständig als Klemmenmodell. Diese charakteristische Antwort wird als *Gewichtsfunktion* $g(t)$ bezeichnet.

Ist die Gewichtsfunktion bekannt, kann aus ihr die Reaktion des Systems auf eine beliebige Eingangsfunktion $u(t)$ durch Verschiebung und Überlagerung bestimmt werden. Dies geschieht durch Anwendung des Faltungssatzes

$$y(t) = \int_0^t g(t - \tau)u(\tau)d\tau . \quad (2.1)$$

Auf ähnliche Weise kann die Beschreibung eines Systems durch die Sprungantwort als Reaktion auf einen Einheitssprung $1(t)$ erfolgen. Die Sprungantwort wird mit $u(t)$ bezeichnet und ist das Integral der Impulsantwort.

Im Mehrgrößenfall gibt es bei p Eingängen und q Ausgängen eine $q \times p$ -Matrix mit Gewichtsfunktionen $g_{11}(t)$ bis $g_{qp}(t)$.

In diesem Fall ist das Faltungintegral mehrdimensional

$$\underline{y}(t) = \int_0^t \underline{G}(t-\tau) \underline{u}(\tau) d\tau. \quad (2.2)$$

Die Matrix $\underline{G}(t)$ enthält die einzelnen Gewichtsfunktionen in folgender Form

$$\underline{G}(t) = \begin{bmatrix} g_{11}(t) & \cdots & g_{1p}(t) \\ \vdots & & \vdots \\ g_{q1}(t) & \cdots & g_{qp}(t) \end{bmatrix}. \quad (2.3)$$

Dabei ist $g_{1p}(t)$ die Antwort des ersten Ausgangs auf Erregung des p -ten (letzten) Eingangs mit einem Impuls.

Auch im mehrdimensionalen Fall ist die Beschreibung durch Sprungantworten möglich. Die zugehörige Matrix heißt $\underline{U}(t)$. Ihr Aufbau gleicht dem der Matrix $\underline{G}(t)$.

2.2.2 Darstellung im Zustandsraum

Die Zustandsraum-Darstellung ist eine bekannte Methode, ein Mehrgrößensystem durch systematisches Aufstellen von Vektor-Differentialgleichungen vollständig zu beschreiben. Sie ist Ausgangspunkt für diverse Verfahren der Systemanalyse. Zur Gewinnung einer Beschreibung im Zustandsraum werden die Mehrgrößensysteme anhand der Eigenschaften ihrer Energiespeicher untersucht. Beispielsweise gilt für die Ausgangsgröße $u_C(t)$ eines Kondensators mit dem Eingangsstrom $i_C(t)$

$$u_C(t) = C \int_0^t i_C(t') dt' + u_C(0). \quad (2.4)$$

Hier ist die Kondensatorspannung $u_C(t)$ die energetisch relevante Größe. Sie gibt den Energiezustand des Kondensators nach

$$W(t) = \frac{1}{2} C u_C^2(t) \quad (2.5)$$

wieder. Wenn man die Integralgleichung differenziert, erhält man eine Differentialgleichung erster Ordnung.

Werden die n Differentialgleichungen erster Ordnung für jeden Energiespeicher separat betrachtet, so läßt sich hierdurch das betrachtete Mehrgrößensystem als Vektor-Differentialgleichungssystem vollständig beschreiben. Die *Zustandsgröße* charakterisiert den energetischen Zustand des Energiespeichers. Im Falle eines Flüssigkeitsbehälters ist dies sein Pegelstand, bei einer Feder ihre Auslenkung, bei einer Kapazität ihre Spannung und bei einer Induktivität ihr Strom.

Die Zustandsraumdarstellung ist eine einheitliche Darstellung von Mehrgrößensystemen mit Gruppierung der Parameter in Matrizen, die nach Signalgesichtspunkten geordnet sind.

Sie beschreibt das betrachtete System als Strukturmodell. Ihre Gleichungen lauten allgemein

$$\underline{\dot{x}} = \underline{A} \cdot \underline{x} + \underline{B} \cdot \underline{u} \quad (2.6)$$

$$\underline{y} = \underline{C} \cdot \underline{x} + \underline{D} \cdot \underline{u} . \quad (2.7)$$

Eine Übersicht über die vorkommenden Größen und ihre Dimensionen zeigt Tabelle 2.1.

Formelzeichen	Dimension	Größe
\underline{u}	p	Eingangssignalvektor
\underline{y}	q	Ausgangssignalvektor
\underline{x}	n	Zustandsvektor
\underline{A}	$n \times n$	Systemkernmatrix oder Systemmatrix
\underline{B}	$n \times p$	Eingangssteuermatrix
\underline{C}	$q \times n$	Ausgangsbeobachtungsmatrix
\underline{D}	$q \times p$	Durchgangsmatrix

Tabelle 2.1 Eigenschaften und Dimensionen der Vektoren und Matrizen der Zustandsraumdarstellung

Die Systemmatrix \underline{A} gibt Auskunft über das dynamische Verhalten des Systems ohne den Einfluß von Quellen. Die Elemente der Systemmatrix und der anderen Matrizen sind auch im schwingungsfähigen Fall reell, was eine Behandlung mit Digitalrechnern erleichtert. Die Eingangssteuermatrix \underline{B} beschreibt den Einfluß eventueller Quellen auf die Zustände. Im Falle quellenloser Systemen ist \underline{u} Null, und es liegt ein homogenes Vektor-Differentialgleichungssystem vor.

Die Ausgangsbeobachtungsmatrix \underline{C} gibt an, auf welche Weise die Zustände Einfluß auf die Ausgänge haben. Die Durchgangsmatrix \underline{D} ist bei physikalischen Systemen, die immer Tiefpaßverhalten haben, Null, da ansonsten für $\omega \rightarrow \infty$ eine Signalübertragung möglich wäre [53].

Die Wahl der energetisch relevanten Größen als Zustandsgrößen ist nicht zwingend, erleichtert aber das erste Aufstellen des Vektor-Differentialgleichungssystems.

2.3 Beschreibungsmöglichkeiten zeitdiskreter Mehrgrößensysteme

Beim Einsatz der Mehrgrößen-Parameterschätzung ist es üblich, zeitkontinuierliche Systeme in zeitdiskreter Form zu behandeln. Dadurch wird eine Verarbeitung in Digitalrechnern ermöglicht, was wegen der schnellen und einfachen Bearbeitung mathematischer Operationen vorteilhaft ist. So kann z.B. ein zeitkontinuierliches Integral zeitdiskretisiert als Summe berechnet werden. Beim Übergang von zeitkontinuierlichen Signalen zu Wertefolgen ist aber ein Abtastvorgang zu berücksichtigen, der grundsätzlich eine Signalverfälschung zur Folge hat. Außerdem muß zusätzlich die Wertquantisierung der Signale bedacht werden. Wie im zeitkontinuierlichen Fall ist eine Beschreibungsmöglichkeit die Reaktion des Systems auf definierte Erregung im Zeitbereich.

2.3.1 Gewichtsfolge und Sprungfolge

Der Sprungantwort im zeitkontinuierlichen Fall entspricht bei zeitdiskreten Systemen die Antwort auf eine Sprungfolge. Gleiches gilt für die Gewichtsfunktion und die Antwort auf eine Impulsfolge. Die Zahlenfolge $[1 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ \dots]$, die mathematisch durch einen DIRAC-Impuls nachgebildet würde, kann in der Praxis nur durch einen Rechteckimpuls von der Dauer der Abtastperiode dargestellt werden. Demzufolge berechnet sich die Gewichtsfolge nicht unmittelbar aus der zeitkontinuierlichen Gewichtsfunktion, sondern als Reaktion auf den Rechteckimpuls

$$g(k) = u(kT_A) - u(kT_A - T_A) = u(kT_A) - u((k-1)T_A). \quad (2.8)$$

Die Faltung ist auch im zeitdiskreten Fall definiert. Sie ist dem Faltungsintegral Gl. 2.1 ähnlich und lautet bei nicht sprungfähigen Systemen

$$y(k) = \sum_{i=0}^{k-1} g(k-i)u(k). \quad (2.9)$$

Hier ist $u(k)$ die Signalfolge eines beliebigen Eingangssignals. Die mehrdimensionale Faltungssumme ist das Äquivalent zum Mehrgrößen-Faltungsintegral. Sie lautet

$$\underline{y}(k) = \sum_{i=0}^{k-1} \underline{G}(k-i) \underline{u}(k). \quad (2.10)$$

Der Aufbau der Matrix $\underline{G}(k)$ entspricht dem in Gl. 2.3.

2.3.2 Zeitdiskreter Zustandsraum

Ein Digitalrechner verarbeitet nur zeit- und wertdiskrete Informationen. Daher werden zeitkontinuierliche Signale zur digitalen Verarbeitung in Wertefolgen umgesetzt. In der Praxis geschieht die Umsetzung durch ein Abtasthalteglied und einen Analog/Digital-Umsetzer.

Anstelle des Originalsignals wird ein treppenstufenförmiges Signal bearbeitet, das nur an den Abtastzeitpunkten mit dem Original übereinstimmt.

Ein weiterer Fehler entsteht durch die Verarbeitung des Signals in quantisierten Stufen. Dieser Wertquantisierungsfehler kann dadurch berücksichtigt werden, daß dem Originalsignal ein fiktives Quantisierungsrauschen überlagert wird, so daß das Summensignal nur die zulässigen wertdiskreten Werte annimmt.

Im zeitdiskreten Zustandsraum werden Mehrgrößensysteme in folgender Form beschrieben

$$\underline{x}(k+1) = \underline{A}_S \underline{x}(k) + \underline{B}_S \underline{u}(k) \quad (2.11)$$

$$\underline{y}(k) = \underline{C}_S \underline{x}(k) + \underline{D}_S \underline{u}(k). \quad (2.12)$$

Der Index S steht für 'sampled' (abgetastet). Die Matrizen \underline{A}_S und \underline{B}_S sind bei äquidistanter Abtastzeit T_A konstant. Sie können aus den in Abschnitt 2.2.2 behandelten Matrizen für den zeitkontinuierlichen Fall abgeleitet werden [50]

$$\underline{A}_S = e^{\underline{A} \cdot T_A} \quad (2.13)$$

$$\underline{B}_S = \int_0^{T_A} e^{\underline{A} \cdot \tau} d\tau \cdot \underline{B}. \quad (2.14)$$

Die Matrizen \underline{C}_S und \underline{D}_S entsprechen den Matrizen \underline{C} und \underline{D} des zeitkontinuierlichen Zustandsraums.

Die Gleichungen 2.13 und 2.14 werden in einen Potenzreihenansatz entwickelt. Nach [6] gilt für den Ansatz der Exponentialfunktion

$$e^x = 1 + \frac{x}{1!} + \frac{x^2}{2!} + \frac{x^3}{3!} + \dots + \frac{x^n}{n!} + \dots \quad (2.15)$$

Eingesetzt in Gl. 2.13 und 2.14 erhält man

$$\underline{\underline{A}}_S = \underline{\underline{E}} + \frac{\underline{\underline{A}} \cdot T_A}{1!} + \frac{(\underline{\underline{A}} \cdot T_A)^2}{2!} + \frac{(\underline{\underline{A}} \cdot T_A)^3}{3!} + \dots \quad (2.16)$$

$$\underline{\underline{B}}_S = \int_0^{T_A} \left(\underline{\underline{E}} + \frac{\underline{\underline{A}} \cdot \tau}{1!} + \frac{(\underline{\underline{A}} \cdot \tau)^2}{2!} + \frac{(\underline{\underline{A}} \cdot \tau)^3}{3!} + \dots \right) d\tau \cdot \underline{\underline{B}} \quad (2.17)$$

Die Anzahl der berücksichtigten Potenzreihenglieder hat Einfluß auf die Genauigkeit. Bei genügend kleiner Abtastzeit T_A reicht es aus, nur wenige Glieder zu verwenden, da die übrigen sehr klein sind. Dadurch wird die Berechnung im zeitdiskreten Fall stark vereinfacht.

Beim Abbruch der Potenzreihe muß die später erwünschte eindeutige Zuordnung der mathematischen und der physikalischen Parameter berücksichtigt werden. Sie ist realisierbar, wenn zur Berechnung von $\underline{\underline{A}}_S$ und $\underline{\underline{B}}_S$ nur die Ausdrücke bis zur ersten Potenz verwendet werden. Daher wird die Potenzreihe für $\underline{\underline{A}}_S$ bis zum zweiten Glied ausgewertet und die für $\underline{\underline{B}}_S$ bis zum ersten. Es verbleibt

$$\underline{\underline{A}}_S \approx \underline{\underline{E}} + \underline{\underline{A}} \cdot T_A \quad (2.18)$$

$$\underline{\underline{B}}_S \approx \int_0^{T_A} \underline{\underline{E}} d\tau \cdot \underline{\underline{B}} = T_A \cdot \underline{\underline{B}} \quad (2.19)$$

Diese Betrachtungsweise entspricht der Lösung der Differentialgleichung mit einem einfachen Euler-Verfahren [35, 58] und ist auch anschaulich einsichtig. Die Differentialgleichung erster Ordnung kann somit durch eine Differenzgleichung erster Ordnung näherungsweise beschrieben werden. Die Abtastzeit darf nicht zu klein gewählt werden, damit die zur Einheitsmatrix addierten Terme nicht zu klein sind und numerische Probleme auftreten.

Durch die gezeigte Darstellung des Abtastvorgangs ist die Modellbildung bei vorhandenen kontinuierlichen Beschreibungen leicht möglich. Wichtig ist jedoch, sich des Fehlers durch den frühen Abbruch der Potenzreihe und durch die Wahl der Abtastperiodendauer bewußt zu sein.

2.3.3 Teilsysteme als Vektor-Differenzgleichungen

Die einzelnen Zeilen der Zustandsraumdarstellung sind Vektor-Differenzgleichungen, die zur Modellbildung bei der Mehrgrößen-Parameterschätzung prinzipiell geeignet sind. Allerdings ist die Anzahl der vorhandenen Parameter je Zeile in der Regel größer als die der tatsächlich zu schätzenden. Die Ursache sind strukturelle Nullen, die nicht als Parameterwert, sondern als eine fehlende Verbindung interpretiert werden müssen. Einem Parameterschätzverfahren ist dieser Unterschied nicht zu vermitteln.

Daher wird die zeitdiskrete Zustandsraumdarstellung zeilenweise so umgeformt, daß eine einfache Differenzgleichung resultiert. In dieser werden dann die tatsächlich gesuchten Parameter verwendet. Die Differenzgleichung eines Eingrößensystems hat in Koeffizientendarstellung folgendes Aussehen

$$y(k) = -\sum_{i=1}^n a_i y(k-i) + \sum_{i=1}^m b_i u(k-i). \quad (2.20)$$

Ist das System kausal und nicht sprungfähig, so kann eine Reaktion auf ein Eingangssignal frühestens im nächsten Wertefolgenelement Auswirkung haben. Daher ist b_0 Null. Die Differenzgleichung kann auch in Matrixform geschrieben werden

$$\underline{y} = \underline{M} \cdot \underline{p}. \quad (2.21)$$

Die Elemente der Vektoren entsprechen, im Gegensatz zu den vorhergehenden Abschnitten, aufeinanderfolgenden Abtastwerten einer einzelnen Größe und nicht den einzelnen Größen eines Mehrgrößen-Signals. Der Parametervektor \underline{p} hat die Länge $n+m$ und besteht aus den Parametern der Differenzgleichung in folgender Anordnung

$$\underline{p} = [-a_1 - a_2 \dots -a_n \quad b_1 b_2 \dots b_m]^T. \quad (2.22)$$

Die Eingangs- und Ausgangssignalwerte sind in der Beobachtungsmatrix \underline{M} enthalten

$$\underline{M} = \begin{bmatrix} y(k-1) & y(k-2) & \dots & u(k-1) & u(k-2) & \dots \\ y(k-2) & y(k-3) & \dots & u(k-2) & u(k-3) & \dots \\ y(k-3) & y(k-4) & \dots & u(k-3) & u(k-4) & \dots \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots \end{bmatrix}. \quad (2.23)$$

Eine Erweiterung dieser Matrixform auf mehrere Eingänge ist einfach möglich. Hierzu wird der Parametervektor \underline{p} um die Koeffizienten der zusätzlich zu berücksichtigenden Eingangssignale entsprechend der Darstellung der MISO-Teilsysteme in Bild 2.2 erweitert. Er hat nun den Aufbau

$$\underline{p} = [-a_1 - a_2 \dots -a_n \quad b_{11} b_{12} \dots b_{1m_1} \quad b_{21} b_{22} \dots b_{2m_2} \dots]^T \quad (2.24)$$

und die Länge $n + m_1 + m_2 \dots$, wobei m_1 die Anzahl der Koeffizienten des ersten Eingangssignals ist.

Die Beobachtungsmatrix $\underline{\underline{M}}$ ist im beschriebenen Fall folgendermaßen aufgebaut

$$\underline{\underline{M}} = \begin{bmatrix} y(k-1) & y(k-2) & \cdots & u_1(k-1) & u_1(k-2) & \cdots & u_2(k-1) & u_2(k-2) & \cdots \\ y(k-2) & y(k-3) & \cdots & u_1(k-2) & u_1(k-3) & \cdots & u_2(k-2) & u_2(k-3) & \cdots \\ y(k-3) & y(k-4) & \cdots & u_1(k-3) & u_1(k-4) & \cdots & u_2(k-3) & u_2(k-4) & \cdots \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots \end{bmatrix} \quad (2.25)$$

und entspricht in ihrer Spaltenzahl der Länge des Parametervektors nach Gl. 2.24.

Die vorliegenden Vektor-Differenzgleichungen sind geeignet zur Modellbildung für Verfahren der Mehrgrößensystem-Parameterschätzung, die im nächsten Kapitel behandelt werden.

3 Parameterschätzung in zeitdiskreten Mehrgrößensystemen

In diesem Kapitel werden Parameterschätzverfahren für zeitdiskrete Mehrgrößensysteme vorgestellt. Dabei wird vom Verfahren der kleinsten Quadrate für Eingrößensysteme ausgegangen. Die Behandlung von Systemen mit mehreren Eingängen und einem Ausgang (MISO-Systeme) ist durch eine erweiterte Modellbildung möglich.

Die Erweiterung des Verfahrens der kleinsten Quadrate zum Allgemeinen Gauß-Markov-Schätzer macht es möglich, Eigenschaften von Störungen und Vorwissen über Wertebereiche einzelner Parameter zu berücksichtigen. Ein solcher Schätzalgorithmus ist in der programmtechnischen Realisierung, die im fünften Kapitel vorgestellt wird, eingesetzt.

3.1 Einführung

Bei der Systemidentifikation wird zwischen der theoretischen und der experimentellen Analyse unterschieden. Bei der theoretischen Systemanalyse wird auf der Basis des physikalischen Prozesses mit allen Anfangs- und Randbedingungen angestrebt, eine möglichst genaue Nachbildung zu erlangen.

Die experimentelle Systemidentifikation beruht auf der Auswertung von Ein- und Ausgangssignalen des zu betrachteten Systems. Zunächst wird versucht, eine passende topologische Struktur zu finden und einen allgemeinen Modellansatz zu formulieren. Hierzu kann die theoretische Systemanalyse eingesetzt werden. Eine weitere Möglichkeit bieten Strukturprüfverfahren [62, 28]. Im zweiten Schritt, der Parameteridentifikation, werden die Parameter des Modellansatzes an die Signale angepaßt.

Bei der experimentellen Systemidentifikation gibt es parametrische und nicht parametrische Verfahren. Bei letzteren ist das Ergebnis eine Systembeschreibung z.B. in Form eines Frequenzgangs. In dieser Arbeit werden nur Parameterschätzmethoden für parametrische Modelle behandelt.

Dabei wird vorausgesetzt, daß eine passende Modellbildung stattgefunden hat, für die die Teilaufgabe der Parameterschätzung durchzuführen ist.

Aufgabe der Parameterschätzung ist die Wahl der Parameter des Modellsystems derart, daß das Modellausgangssignal dem gemessenen Ausgangssignal möglichst nahe kommt. Dies wird an folgender Erweiterung des Blockschaltbildes aus Kapitel 2 deutlich:

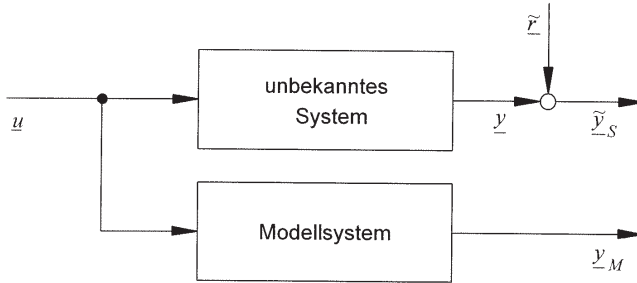


Bild 3.1 Blockschaltbild eines unbekanntes Systems mit Störung und parallelem Modellsystem

Das Eingangssignal \underline{u} wird dem zu untersuchenden System eingepreßt und gilt daher als bekannt. Das Ausgangssignal \underline{y} muß gemessen oder anderweitig bestimmt werden. Da bei solchen Messungen Störungen nicht zu vermeiden sind, ist nur das Signal $\underline{\tilde{y}}_S$ zugänglich, das aus dem Ausgangssignal \underline{y} und dem additiven Störsignal $\underline{\tilde{z}}$ besteht. Das Störsignal kann nicht unmittelbar als Zahlenfolge beschrieben werden, sondern nur in seinen stochastischen Eigenschaften. Es erhält ebenso wie das gestörte Ausgangssignal das Tilde-Zeichen (\sim) zur Kennzeichnung eines stochastischen Signals.

Der Modellausgangsfehler läßt sich aus gemessenem Ausgangssignal $\underline{\tilde{y}}_S$ und Modellausgangssignal $\underline{\tilde{y}}_M$ bestimmen

$$\underline{\tilde{\epsilon}} = \underline{\tilde{y}}_S - \underline{\tilde{y}}_M \quad (3.1)$$

Es gilt nun, diesen Modellausgangsfehler mit Hilfe eines Gütekriteriums zu minimieren.

3.2 Voraussetzungen

Um für die Parameterschätzung ein geeignetes Modell zu erhalten, muß dieses einigen Voraussetzungen genügen, die unter der Bezeichnung Identifizierbarkeit zusammengefaßt werden. Unter Identifizierbarkeit versteht man, daß die geschätzten Parameter mit zunehmender Datenmenge einer Schätzung gegen ihre Erwartungswerte streben (asymptotisch effiziente Schätzung).

Dies ist gegeben, wenn folgende Voraussetzungen erfüllt sind

- geeignete Modellbildung und
- Einsatz einer geeigneten Parameterschätzmethode.

Für die Modellbildung gilt, daß die Identifizierbarkeit bei Vorliegen von Stabilität, Steuerbarkeit und Beobachtbarkeit gegeben ist [28]. Vor Einsatz eines Parameterschätzverfahrens muß also anschaulich oder mathematisch überprüft werden, ob diese Bedingungen erfüllt sind.

Liegt ein geeignetes Modell vor, hängt der Schätzerfolg eines Parameterschätzverfahrens aber noch von weiteren Einflußgrößen ab

- optimale Anregung durch die Eingangssignale,
- stochastische Eigenschaften der Störung und deren Kenntnis,
- geeignete Größe der Abtastperiode,
- ausreichende Datenmenge und
- stochastische Eigenschaften der Parameter.

In Kapitel 6 wird die Abhängigkeit des Schätzerfolges von diesen Kriterien untersucht.

3.3 Parameterschätzverfahren

3.3.1 Mehrgrößen-Parameterschätzung nach der "Methode der kleinsten Quadrate" (Gauß-Schätzer)

Das Verfahren der kleinsten Quadrate, auch unter dem Namen *Gauß-Schätzer* bekannt, wird zunächst für den Eingrößenfall abgeleitet. Dazu wird Gl. 2.21 aus Abschnitt 2.3.3 um einen Störvektor $\tilde{\underline{e}}$ erweitert

$$\tilde{\underline{y}}_S = \underline{\underline{M}} \cdot \underline{p} + \tilde{\underline{e}}. \quad (3.2)$$

Diese Gleichung ist nicht nach dem unbekanntem Parametervektor \underline{p} auflösbar, da $\tilde{\underline{e}}$ nur in seinen stochastischen Eigenschaften bekannt ist. $\underline{\underline{M}}$ ist die Beobachtungsmatrix, die die gemessenen Ausgangssignale und die als bekannt vorausgesetzten Eingangssignale enthält. Für das Modellausgangssignal in Bild 3.1 gilt

$$\underline{y}_M = \underline{\underline{M}} \cdot \hat{\underline{p}} \quad (3.3)$$

Hierbei ist $\hat{\underline{p}}$ der zu schätzende Parametervektor des Modells.

Der Modellausgangsfehler ist bei eingesetztem Modellausgangssignal

$$\tilde{\underline{\varepsilon}} = \underline{\tilde{y}}_S - \underline{M} \cdot \underline{\hat{p}}. \quad (3.4)$$

Als Optimierungskriterium für den Modellausgangsfehler dient beim Verfahren der kleinsten Quadrate die Summe der Quadrate der einzelnen Fehlerelemente [27, 40, 60].

Nach den Regeln der Matrizenalgebra lautet der quadratische Modellausgangsfehler in vektorieller Form

$$\tilde{\underline{\varepsilon}}^T \tilde{\underline{\varepsilon}} = \underline{\tilde{y}}_S^T \underline{\tilde{y}}_S - \underline{\tilde{y}}_S^T \underline{M} \underline{\hat{p}} - \underline{\hat{p}}^T \underline{M}^T \underline{\tilde{y}}_S + \underline{\hat{p}}^T \underline{M}^T \underline{M} \underline{\hat{p}}. \quad (3.5)$$

Die Gleichung wird nach dem zu schätzenden Parametervektor abgeleitet und Null gesetzt, um das Extremum zu finden

$$\frac{\partial \tilde{\underline{\varepsilon}}^T \tilde{\underline{\varepsilon}}}{\partial \underline{\hat{p}}} = 0 = -\underline{\tilde{y}}_S^T \underline{M} - \underline{M}^T \underline{\tilde{y}}_S + 2 \underline{M}^T \underline{M} \underline{\hat{p}}. \quad (3.6)$$

Bei dem Extremum muß es sich um das Minimum handeln, denn die zweite Ableitung ist wegen der Summe der Quadrate $\underline{M}^T \underline{M}$ positiv. Die ersten beiden Terme rechts des Gleichheitszeichens werden zusammengefaßt

$$-2 \cdot \underline{M}^T \underline{\tilde{y}}_S + 2 \cdot \underline{M}^T \underline{M} \underline{\hat{p}} = 0, \quad (3.7)$$

und es resultiert die Schätzgleichung des Verfahrens der kleinsten Quadrate

$$\underline{\hat{p}} = \left(\underline{M}^T \underline{M} \right)^{-1} \underline{M}^T \underline{\tilde{y}}_S. \quad (3.8)$$

Das Verfahren der kleinsten Quadrate wurde zuerst von Gauß zur Schätzung von Planetenbahnen aus beobachteten Positionen verwendet.

Es kann gezeigt werden, daß der Gauß-Schätzer der optimale Schätzer ist, wenn die Störung weißes, mittelwertfreies Rauschen ist [14, 27, 60]. Ist das Rauschen mittelwertfrei und farbig, so ist der Gauß-Schätzer asymptotisch effizient, aber nicht optimal.

Bei der Bearbeitung mehrerer Eingangsgrößen wird die Beobachtungsmatrix entsprechend Abschnitt 2.3.3 um die fremden Eingangssignalvektoren und deren Parameter erweitert. Hierauf wird in Kapitel 4 bei der Modellbildung für elektrische Netzwerke ausführlich eingegangen. Der geschätzte Parametervektor ist bei Mehrgrößensystemen mit untereinander korrelierten Eingangssignalen prinzipiell mehrdeutig. Beispielsweise können die Konstanten zweier Proportionalglieder bei Erregung der Eingänge mit Einheitssprüngen nur in ihrer Summe bestimmt werden.

3.3.2 Gauß-Markov-Schätzer

Ist die Störung korreliert, so arbeitet der Gauß-Schätzer zwar asymptotisch effizient, aber nicht optimal. Sind aber die stochastischen Eigenschaften der Störung bekannt, kann ein auf dem Gauß-Schätzer aufbauender optimaler Schätzer angegeben werden.

Die Systemdarstellung des Eingrößensystems wird nach Bild 3.2 um ein Filter für das Störsignal erweitert.

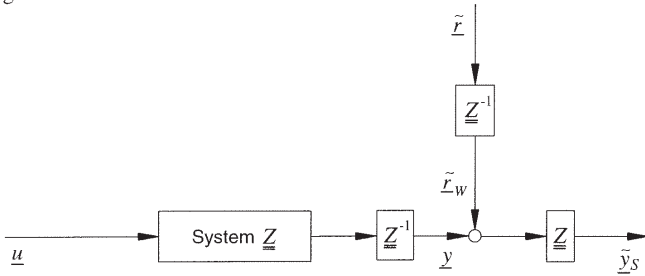


Bild 3.2 Blockschaltbild eines Eingrößensystems mit korreliertem Rauschen als Störung

Das Formfilter hat die Aufgabe, aus der korrelierten Störung \tilde{r} weißes Rauschen \tilde{r}_w zu machen. Zur Konstruktion des Formfilters werden die stochastischen Eigenschaften von \tilde{r} verwendet [14].

Durch die Möglichkeit, die stochastischen Eigenschaften des Störsignals zu berücksichtigen, wird der Gauß-Schätzer zum Gauß-Markov-Schätzer. In der Schätzgleichung wird die Formfiltermatrix \underline{Z} in Form der Kovarianzmatrix \underline{V}_r eingebracht. Für sie gilt

$$\underline{V}_r = \underline{Z} \cdot \underline{Z}^T. \quad (3.9)$$

Die optimale Wahl des Formfilters führt zu einer minimalen Varianz des Gleichungsfehlers $\tilde{\epsilon}$. Daher werden Gauß-Markov-Schätzer auch als Minimum-Varianz-Schätzer bezeichnet. Mit der Kovarianzmatrix des Störsignals lautet die Gleichung für den *Gauß-Markov-Schätzer*

$$\hat{p} = \left(\underline{M}^T \underline{V}_r^{-1} \underline{M} \right)^{-1} \underline{M}^T \underline{V}_r^{-1} \underline{y}_S. \quad (3.10)$$

Sind die Störungen der einzelnen Signale des MISO-Systems voneinander statistisch unabhängig, so sind die Nebendiagonalelemente Null, und die Kovarianzmatrix ist nur auf der Hauptdiagonalen besetzt. Je unkorrelierter das Störsignal mit sich selbst ist, desto kleiner wird die Varianz im entsprechenden Hauptdiagonalelement von \underline{V}_r . Bei weißem Rauschen streben die Hauptdiagonalelemente von \underline{V}_r^{-1} gegen Eins. Dann entfällt das Formfilter des Störsignals und der Gauß-Markov-Schätzer entspricht dem Gauß-Schätzer.

3.3.3 Minimum-Varianz-Bayes-Schätzer

In der allgemeinsten Form der Schätzung kann auch Vorwissen über die Korrelation des Schätzvektors mit einem Vorwissenvektor $\underline{\bar{p}}$ eingebracht werden. In $\underline{\bar{p}}$ können eindeutig bestimmte Parameter als bekannt vorausgesetzt werden. Auf die gleiche Weise werden plausible Wertebereiche eingebracht. Zu $\underline{\bar{p}}$ gehört die Kovarianzmatrix $\underline{\underline{V}}_p$, die Auskunft über die Sicherheit des Vorwissens gibt. Die Werte in der Hauptdiagonalen der Kovarianzmatrix korrespondieren mit dem entsprechenden Parameter des Parametervektors. Ist ein Wert sicher bekannt, so ist seine Varianz Null. Je höher die Varianz des Parameters, desto unsicherer ist das Vorwissen in $\underline{\bar{p}}$. Sind einzelne Parameter in ihrem Verhältnis bekannt, nicht jedoch die absoluten Werte, so wird dies in den Nebendiagonalelementen ausgedrückt. Sind die Parameter statistisch unabhängig, so ist die Kovarianzmatrix des Parametervektors nur in der Hauptdiagonalen besetzt. Zur Inversion von $\underline{\underline{V}}_p$ müssen dann lediglich die Kehrwerte der Diagonalelemente gebildet werden

$$\underline{\underline{V}}_p^{-1} = \begin{bmatrix} 1/\text{Var}\{p_1\} & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & 1/\text{Var}\{p_2\} & & \vdots \\ \vdots & & \ddots & \\ 0 & \cdots & & 1/\text{Var}\{p_n\} \end{bmatrix}. \quad (3.11)$$

Im Falle sehr kleiner Varianz ist der Wert in der Diagonalen der Inversen sehr groß. Ist hingegen das Vorwissen unsicher, wird $\underline{\underline{V}}_p^{-1}$ sehr klein. In diesem Fall hat der Vektor der a priori bekannten Parameter kaum Einfluß, und der Minimum-Varianz-Bayes-Schätzer geht in den einfachen Gauß-Schätzer über.

Die Gleichung für den *verallgemeinerten Gauß-Markov-Schätzer* (auch Minimum-Varianz-Bayes-Schätzer für lineare Beobachtungsmodelle) lautet somit

$$\underline{\hat{p}} = \left(\underline{\underline{V}}_p^{-1} + \underline{\underline{M}}^T \underline{\underline{V}}_r^{-1} \underline{\underline{M}} \right)^{-1} \cdot \left(\underline{\underline{M}}^T \underline{\underline{V}}_r^{-1} \underline{\underline{y}}_S + \underline{\underline{V}}_p^{-1} \underline{\bar{p}} \right). \quad (3.12)$$

Der allgemeine Gauß-Markov-Schätzer wird in dieser Arbeit ohne Berücksichtigung von $\underline{\underline{V}}_r$ in der programmtechnischen Realisierung zur Mehrgrößen-Parameterschätzung eingesetzt (vergl. Kapitel 5). In diesem Kapitel wurden verschiedene Schätzverfahren beschrieben, die asymptotisch effiziente Schätzungen liefern. Dabei können sowohl Informationen über das Störsignal als auch A-Priori-Wissen über gesuchte Parameter eingebracht werden. Neben den beschriebenen Verfahren gibt es weitere, die sich in Modellbildung bzw. numerischen Verfahren unterscheiden.

Im nächsten Kapitel wird eine Modellbildung für elektrische Netzwerke entwickelt, die eine Mehrgrößen-Parameterschätzung mit den beschriebenen Verfahren ermöglicht.

4 Lineare passive elektrische Netzwerke als Mehrgrößensysteme

In diesem Kapitel werden die Eigenschaften und Beschreibungsarten linearer passiver elektrischer Netzwerke vorgestellt. Nach der Behandlung der strukturellen Eigenschaften werden die Netzwerke in den zuvor behandelten zeitkontinuierlichen und zeitdiskreten Darstellungsformen beschrieben. Es wird eine Modellbildung vorgestellt, die es ermöglicht, Vorwissen über die Werte einzelner Schaltelemente optimal einzubringen.

4.1 Eigenschaften elektrischer Netzwerke

4.1.1 Struktureigenschaften

Zu den Struktureigenschaften von Mehrgrößenmodellen zählen ihre Knotenzahl und die Anzahl der Verbindungen zwischen den Knoten. Diese Eigenschaften werden als Topologie des Netzwerkes unter Verwendung von Begriffen der Graphentheorie [48] beschrieben. Die konzentrierten Elemente der elektrischen Schaltung werden durch Linien ersetzt. Dabei werden parallele Schaltelemente durch eine einzelne Linie dargestellt. Die Verbindungslinien heißen *Zweige*, die Punkte *Knoten*. Die entstandene Struktur ist ein *Graph*. In dieser Arbeit werden nur zusammenhängende Graphen betrachtet. Einige typische Netzwerkstrukturen werden nun in Form von Graphen dargestellt.

Kettenstruktur

Die Kettenstruktur hat $z = N - 1$ Zweige bei N Knoten:



Bild 4.1 Graph einer Kettenstruktur

Kettenleiterstruktur

Der Kettenleiter ist eine Erweiterung der Kettenstruktur. Zusätzlich zu den Verbindungen zum unmittelbaren Nachbarn gibt es eine Verbindung zu einem gemeinsamen Masse- oder Bezugsknoten, der in N mitgezählt wird.

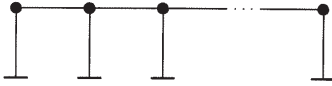


Bild 4.2 Graph eines Kettenleiters

Die Zahl der Zweige z ist $2N - 3$.

Ringstruktur

Die Ringstruktur entspricht der Kettenleiterstruktur mit verbundenen Anfangs- und Endknoten.

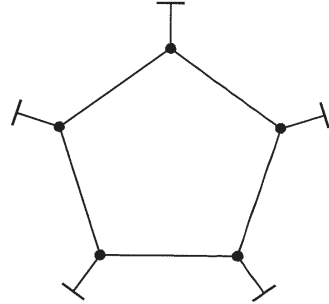


Bild 4.3 Ringstruktur

Die Ringstruktur hat $z = 2N - 2$ Zweige.

Sternstruktur

Bei der Sternstruktur gehen die Zweige von einem gemeinsamen Mittelpunkt-knoten aus, der zusätzlich zum Bezugsknoten vorhanden ist.

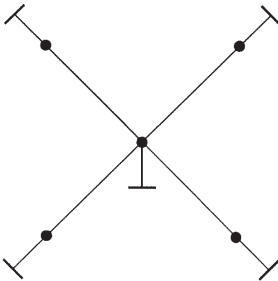


Bild 4.4 Graph einer Sternstruktur

Sternstrukturen haben
 $z = 2N - 3$ Zweige.

Vollständig vernetzte Struktur

Bei einem maximal vernetzten Graphen sind alle Knoten miteinander verbunden.

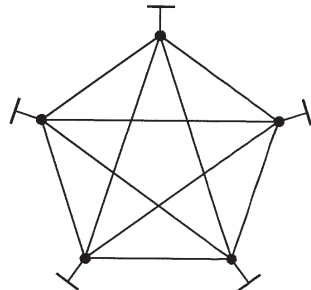


Bild 4.5 Vollständig vernetzter Graph

Diese Graphen haben
 $z = N(N - 1) / 2$ Zweige.

Zum Vergleich der Komplexität von Graphen gleicher Knotenzahl wird der *Vernetzungsgrad* definiert. Er soll von 0% (unzusammenhängender Graph mit isolierten Knoten) bis 100% (vollständig vernetzt) reichen. Dabei wird die Anzahl der Zweige z ins Verhältnis zur bei dieser Knotenzahl maximal möglichen Zweigzahl gesetzt.

$$\text{Vernetzungsgrad} := \frac{z}{N(N-1)/2} \cdot 100\% \quad (4.1)$$

Bei einer der Untersuchungen in Kapitel 6 werden die Schätzergebnisse für vier der beschriebenen Strukturformen ermittelt und verglichen.

4.1.2 Energiespeichereigenschaften passiver elektrischer Netzwerke

Wie aus dem Titel dieser Arbeit hervorgeht, werden passive elektrische Netzwerke betrachtet. Passives Netzwerk bedeutet, daß es keine gesteuerten Quellen oder negative Leitwerte als Schaltelemente gibt. Weiter werden diese Netzwerke eingeschränkt auf zwei Grundformen, in denen sich viele reale Netzwerke darstellen lassen. Stromquellen bilden die Eingangssignale, und die Knotenpotentiale gegenüber dem Bezugsknoten sind die Ausgangssignale. Die Werte eventueller Totzeitglieder müssen bekannt sein. Konstante Strom- oder Spannungsquellen verändern das dynamische Verhalten der betrachteten Netzwerke nicht. Sie werden zwecks besserer Übersichtlichkeit nicht zugelassen und können nach Betrachtung der dynamischen Eigenschaften durch Überlagerung berücksichtigt werden. Weiterhin werden die Netzwerke dadurch beschränkt, daß es Energiespeicher nur in den Zweigen geben soll, die Verbindung zum Bezugsknoten haben.

Nach der Art der beteiligten Schaltelemente werden zwei Klassen von Netzwerken betrachtet:

- Gedämpft schwingfähige Netzwerke, die in Zweigen zum Bezugsknoten Induktivitäten, Kapazitäten und Leitwerte haben können.
- Nicht schwingfähige Netzwerke, die nur eine einzige Art Energiespeicher (entweder Kapazität oder Induktivität) enthalten.

Einen Ausschnitt mit zwei Knoten aus einem schwingfähigen Netzwerk zeigt Bild 4.6.

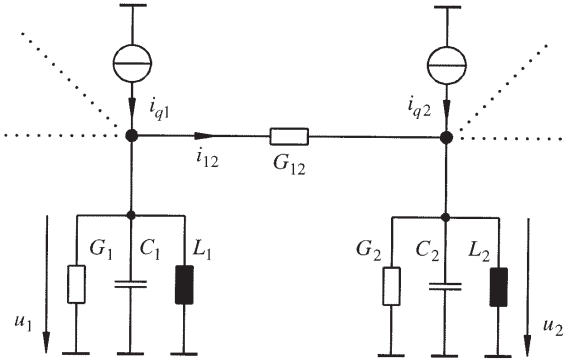


Bild 4.6 Schwingfähiges elektrisches Netzwerk (Ausschnitt)

In Kapazitäten wird Energie im elektrostatischen Feld gespeichert, in Induktivitäten im Magnetfeld. Die Verschiedenartigkeit der Energiespeicherung äußert sich in unterschiedlichen Gleichungen für die Zustandsgrößen und führt zu Differentialgleichungen zweiter Ordnung, die schwingfähig sein können. Im restlichen Teil dieser Arbeit wird auf die Bearbeitung schwingfähiger Netzwerke verzichtet, da sich ihre Behandlung aus der einfacheren Darstellung nicht schwingfähiger Netzwerke ableiten lässt.

Bild 4.7 zeigt einen Ausschnitt aus einem nicht schwingfähigen Netzwerk, das nur Kapazitäten enthält.

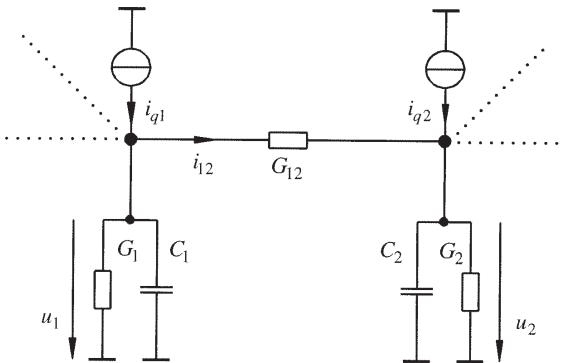


Bild 4.7 Nicht schwingfähiges elektrisches Netzwerk mit Kapazitäten (Ausschnitt)

Die Netzwerkgrundform in Bild 4.7 bildet die Basis für die nun folgenden Betrachtungen.

4.2 Zeitkontinuierliche Beschreibungsmöglichkeiten

Die Netzwerkgleichungen, die nun abgeleitet werden, beruhen auf den Kirchhoffschen Gesetzen

$$\text{Knotengleichung } \sum_{i=1}^{z_K} i = 0 \quad \text{und} \quad (4.2)$$

$$\text{Maschengleichung } \sum_{i=1}^{z_M} u = 0 . \quad (4.3)$$

z_K ist die Anzahl der Zweige, die in einem Knoten verbunden sind. z_M ist die Anzahl der Zweige einer Masche.

4.2.1 Differentialgleichungssysteme

Für den Zusammenhang zwischen Strom und Spannung an den Schaltelementen gilt

$$i_G = G \cdot u_G \quad (4.4)$$

$$i_C = C \cdot \frac{du_C}{dt} . \quad (4.5)$$

Betrachtet wird beispielhaft ein Netzwerk nach Bild 4.7. Aus Gründen der Übersichtlichkeit entfällt der Zusatz (t) für die Zeitabhängigkeit der Größen. Wird angenommen, daß keine Verbindungen zu anderen Knoten existieren, gilt für die Ströme am linken Knoten

$$i_{q1} = i_G + i_C + i_{12} = G_1 u_1 + C_1 \frac{du_1}{dt} + G_{12}(u_1 - u_2) . \quad (4.6)$$

Im allgemeinen Fall können Verbindungen zu weiteren Knoten vorhanden sein. Bei der Summe der Ströme sind dann auch Ströme in die weiteren Nachbarknoten zu berücksichtigen. Der Quellenstrom i_{qx} in den Knoten x ist dann

$$i_{qx} = G_x u_x + C_x \frac{du_x}{dt} + \sum_{\substack{y=1, \\ y \neq x}}^n G_{xy} (u_x - u_y) . \quad (4.7)$$

Dabei ist n die Anzahl der Knoten ohne den Bezugsknoten ($n = N - 1$).

4.2.2 Zustandsraum

Die Zustandsraumdarstellung bietet die Möglichkeit, die Steuerbarkeit und Beobachtbarkeit und damit die Identifizierbarkeit der betrachteten Systeme zu überprüfen. Um zur Darstellung im Zustandsraum zu gelangen, wird zunächst eine erste Matrixdarstellung in Form eines linearen inhomogenen DGI-Systems erster Ordnung aufgestellt

$$\underline{S} \cdot \dot{\underline{x}} + \underline{D}_i \cdot \underline{x} = \underline{u} . \quad (4.8)$$

\underline{x} ist der Zustandsvektor, $\dot{\underline{x}}$ dessen zeitliche Ableitung und \underline{u} der Quellenvektor.

\underline{S} ist eine $n \times n$ -Matrix der Kapazitäten und Induktivitäten (Speicherelemente).

\underline{D}_i ist eine $n \times n$ -Matrix mit den Widerständen und Leitwerten (Dissipationselemente).

Als Zustandsvariable wird gemäß Abschnitt 2.2 die energetisch relevante Größe Kondensatorspannung gewählt. Damit lautet die Matrixdarstellung für das Netzwerk in Bild 4.7

$$\begin{pmatrix} C_1 & 0 \\ 0 & C_2 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \dot{u}_1 \\ \dot{u}_2 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} G_1 + G_{12} & -G_{12} \\ -G_{12} & G_2 + G_{12} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} u_1 \\ u_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} i_{q1} \\ i_{q2} \end{pmatrix} . \quad (4.9)$$

Die übliche Zustandsraumbeschreibung enthält die Ableitungen der Zustandsvektoren auf der linken Seite des Gleichheitszeichens. Die zugehörigen Matrizen können einfach aus \underline{S} und \underline{D}_i bestimmt werden:

$$\underline{A} = -\underline{S}^{-1} \cdot \underline{D}_i \quad (4.10)$$

$$\underline{B} = \underline{S}^{-1} \quad (4.11)$$

Aus Gl. 4.9 bis 4.11 ergibt sich

$$\begin{pmatrix} \dot{u}_1 \\ \dot{u}_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -\frac{G_1 + G_{12}}{C_1} & \frac{G_{12}}{C_1} \\ \frac{G_{12}}{C_2} & -\frac{G_2 + G_{12}}{C_2} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} u_1 \\ u_2 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \frac{1}{C_1} & 0 \\ 0 & \frac{1}{C_2} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} i_{q1} \\ i_{q2} \end{pmatrix} \quad (4.12)$$

$$\dot{\underline{x}} = \underline{A} \cdot \underline{x} + \underline{B} \cdot \underline{u}$$

Da die Zustände mit den Ausgangssignalen übereinstimmen, ist die Ausgangsbeobachtungsmatrix \underline{C} die Einheitsmatrix. Die Durchgangsmatrix \underline{D} ist nach Abschnitt 2.2.2 die Nullmatrix.

4.3 Steuerbarkeit und Beobachtbarkeit

Um die Frage der Identifizierbarkeit zu klären, werden Steuer- und Beobachtbarkeit untersucht. Die *Steuerbarkeit* eines Systems erfordert, daß durch eine geeignete Kombination der Eingangssignale jeder beliebige Zustandsvektor erreicht werden kann. Bei der gewählten Modellbildung ist anschaulich klar, daß dies wegen der an jedem Knoten vorhandenen Stromquellen gegeben ist. Dies spiegelt sich auch im Aufbau der Eingangssteuermatrix \underline{B} wider.

Die *Beobachtbarkeit* eines Systems ist gegeben, wenn alle Elemente des Zustandsvektors ermittelt werden können. Bei der vorgeschlagenen Modellbildung entsprechen die Zustände den Ausgängen, und die Ausgangsbeobachtungsmatrix \underline{C} ist die Einheitsmatrix. Somit ist die Beobachtbarkeit gegeben.

4.4 Zeitdiskrete Darstellungsmöglichkeiten

In Abschnitt 4.2 wurden die Ströme an einem Knoten eines elektrischen Netzwerkes im zeitkontinuierlichen Zustandsraum beschrieben. Nun wird der Übergang zum zeitdiskreten Zustandsraum nach Abschnitt 2.3.3 entwickelt.

4.4.1 Zustandsraum

Aus den Gleichungen 2.18/19 und 4.12 ergibt sich für das Beispielnetzwerk in Bild 4.7

$$\underline{A}_S \approx \underline{E} + \underline{A} \cdot T_A = \begin{pmatrix} 1 - \frac{(G_1 + G_{12})T_A}{C_1} & \frac{G_{12}T_A}{C_1} \\ \frac{G_{12}T_A}{C_2} & 1 - \frac{(G_2 + G_{12})T_A}{C_2} \end{pmatrix}, \quad (4.13)$$

$$\underline{B}_S \approx \underline{B} \cdot T_A = \begin{pmatrix} \frac{T_A}{C_1} & 0 \\ 0 & \frac{T_A}{C_2} \end{pmatrix}. \quad (4.14)$$

Damit ist die zeitdiskrete Zustandsraumdarstellung des Netzwerkes in Bild 4.7 gegeben.

$$\begin{pmatrix} u_1(k+1) \\ u_2(k+1) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 - \frac{(G_1 + G_{12})T_A}{C_1} & \frac{G_{12}T_A}{C_1} \\ \frac{G_{12}T_A}{C_2} & 1 - \frac{(G_2 + G_{12})T_A}{C_2} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} u_1(k) \\ u_2(k) \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \frac{T_A}{C_1} & 0 \\ 0 & \frac{T_A}{C_2} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} i_{q1}(k) \\ i_{q2}(k) \end{pmatrix}. \quad (4.15)$$

Die Matrizen \underline{A}_S und \underline{B}_S sind für größere Knotenzahlen leicht aus den vorhandenen Gleichungen abzuleiten.

4.4.2 Vektor-Differenzgleichungen für Teilsysteme

Nun wird die Zustandsraumdarstellung auf Vektor-Differenzgleichungen übertragen, um die Mehrgrößen-Parameterschätzung durchzuführen. Die Zeilen von Gl. 4.15 werden einzeln ohne Berücksichtigung der strukturellen Nullen geschrieben:

$$u_1(k+1) = \left[1 - \frac{(G_1 + G_{12})T_A}{C_1} \right] u_1(k) + \frac{G_{12}T_A}{C_1} u_2(k) + \frac{T_A}{C_1} i_{q1}(k) \quad (4.16)$$

$$u_2(k+1) = \left[1 - \frac{(G_2 + G_{12})T_A}{C_2} \right] u_2(k) + \frac{G_{12}T_A}{C_2} u_1(k) + \frac{T_A}{C_2} i_{q2}(k) \quad (4.17)$$

Die Gleichungen werden vektoriell in Form von Gl. 2.21

$$\underline{y} = \underline{M} \cdot \underline{p}$$

ausgedrückt. Beim ersten Knoten haben die Größen folgendes Aussehen:

$$\underline{y} = \begin{bmatrix} u_1(k+1) & u_1(k) & u_1(k-1) & \dots \end{bmatrix}^T \quad (4.18)$$

$$\underline{p} = \begin{bmatrix} 1 - \frac{(G_1 + G_{12})T_A}{C_1} & \frac{G_{12}T_A}{C_1} & \frac{T_A}{C_1} \end{bmatrix}^T \quad (4.19)$$

$$\underline{M} = \begin{bmatrix} u_1(k) & u_2(k) & i_{q1}(k) \\ u_1(k-1) & u_2(k-1) & i_{q1}(k-1) \\ u_1(k-2) & u_2(k-2) & i_{q1}(k-2) \\ \vdots & \vdots & \vdots \end{bmatrix} \quad (4.20)$$

Der Aufbau der Beobachtungsmatrix entspricht wegen der Knotenströme in Gl. 4.7 nicht dem bei MISO-Teilsystemen. In den Spalten gibt es nur ein Eingangssignal, aber mehrere Ausgangssignale. Die Durchführung der Mehrgrößen-Parameterschätzung ist auf diese Weise prinzipiell möglich. Zum effizienten Einbringen von Vorwissen ist jedoch eine Umstellung notwendig, wie im folgenden Abschnitt gezeigt wird.

4.5 Modifizierte Modellbildung für den Einsatz eines Mehrgrößen-Parameterschätzverfahrens

Bei der Modellbildung für die Untersuchungen in den Kapiteln 6 und 7 ist zu berücksichtigen, daß nur Vorwissen über Parameterwerte oder plausible Wertebereiche bekannt sein soll, nicht jedoch Vorwissen über die Störungen der einzelnen Signale. Bei den Parametern ist also auf ein geeignetes Einbringen des Vorwissens und dessen Varianz zu achten, während dies bei den Störungen nicht der Fall ist. Daraus erwächst bei der vorhandenen Modellbildung eine Schwierigkeit.

Der Übergang von einem vorhandenen passiven linearen Netzwerk in eine äquivalente mathematische Darstellung im Zustandsraum ist immer eindeutig möglich. Der umgekehrte Weg kann jedoch schnell auf eine nicht eindeutige Zuordnung führen. Wenn einem mathematischen Parameter eine algebraischen Kombination mehrerer physikalischer Parameter zugeordnet ist, sind einzelne Bauteilwerte nur über Umwege aus dem Schätzergebnis zu bestimmen. Dies wird beim ersten Element des Parametervektors deutlich

$$\underline{p}(1) = 1 - \frac{(G_1 + G_{12})T_A}{C_1} . \quad (4.21)$$

Im mathematischen Parameter sind drei Schaltelemente enthalten. Ihre Werte bilden mit den Elementen des Parametervektors ein Gleichungssystem, das eindeutig lösbar ist. Dies gilt prinzipiell auch bei höheren Knotenzahlen. Das Einbringen von Vorwissen ist jedoch erschwert, da die Varianzen der drei Schaltelemente auf die des mathematischen Parameters umgerechnet werden müssen. Diese Schwierigkeit läßt sich umgehen, wenn zwischen den Schaltelementen und den Elementen des Parametervektors eindeutige Zuordnungen bestehen. Jedem mathematischen Parameter sollte genau ein physikalischer Parameter entsprechen. Eine einfache Veränderung in der bisherigen Darstellung führt zu dem gewünschten, eindeutigen Zusammenhang. Es entsteht eine Beschreibung als nicht kausales System, ohne daß dies die Identifizierbarkeit der Parameter beeinträchtigt.

Aus den Beobachtungen eines linearen Systems ist nicht ohne weiteres ersichtlich, welches Signal Ursache und welches Wirkung ist. Daher ist es möglich, Eingangs- und Ausgangssignale zu vertauschen, was zunächst unsinnig erscheint.

Eine nach den Strömen umgestellte Mehrgrößendarstellung ermöglicht die gewünschte eindeutige Zuordnung zwischen mathematischen und physikalischen Parametern bzw. deren Varianzen.

Dazu werden die Gleichungen 4.16 und 4.17 nach den Quellenströmen aufgelöst

$$i_{q1}(k) = \frac{C_1}{T_A} \cdot [u_1(k+1) - u_1(k)] + (G_1 + G_{12}) \cdot u_1(k) - G_{12} \cdot u_2(k) \quad (4.22)$$

$$i_{q2}(k) = \frac{C_2}{T_A} \cdot [u_2(k+1) - u_2(k)] + (G_2 + G_{12}) \cdot u_2(k) - G_{12} \cdot u_1(k) \quad (4.23)$$

Nun werden diese Gleichungen so umgeordnet, daß jeder physikalische Parameter einzeln vor einer Linearkombination der Spannungen steht

$$i_{q1}(k) = C_1 \cdot \frac{u_1(k+1) - u_1(k)}{T_A} + G_1 \cdot u_1(k) + G_{12} \cdot [u_1(k) - u_2(k)] \quad (4.24)$$

$$i_{q2}(k) = C_2 \cdot \frac{u_2(k+1) - u_2(k)}{T_A} + G_2 \cdot u_2(k) + G_{12} \cdot [u_2(k) - u_1(k)] \quad (4.25)$$

Die Abtastzeit T_A ist bekannt und stört daher nicht.

Durch die Separierung der Parameter ist es möglich, beim Aufstellen des zu schätzenden Parametervektors \hat{p} Vorwissen elementweise in den $\hat{\Lambda}$ -Priori-Vektor \bar{p} einzubringen. Die Sicherheit dieses Vorwissens wird durch die Varianz des entsprechenden Elementes in der Hauptdiagonalen der Kovarianzmatrix ausgedrückt (vergl. Abschnitt 3.3.3). Bei der beschriebenen inversen Verarbeitung der Signale ist es wichtig, die Verlagerung der Störungen auf den Eingang zu berücksichtigen. Da das Störsignal das unbekannte System durchläuft, ist eine Aussage über seine stochastische Eigenschaften nicht mehr möglich. Daher muß über eine Störfreiung des gemessenen Signals nachgedacht werden.

Der endgültige Aufbau der Vektoren und der Beobachtungsmatrix sieht beim ersten Knoten wie folgt aus

$$\underline{y} = [i_{q1}(k) \quad i_{q1}(k-1) \quad i_{q1}(k-2) \quad \dots]^T, \quad (4.26)$$

$$\underline{p} = [C_1 \quad G_1 \quad G_{12}]^T \text{ und} \quad (4.27)$$

$$\underline{\underline{M}} = \begin{bmatrix} \frac{u_1(k+1) - u_1(k)}{T_A} & u_1(k) & u_1(k) - u_2(k) \\ \frac{u_1(k) - u_1(k-1)}{T_A} & u_1(k-1) & u_1(k-1) - u_2(k-1) \\ \frac{u_1(k-1) - u_1(k-2)}{T_A} & u_1(k-2) & u_1(k-2) - u_2(k-2) \\ \vdots & \vdots & \vdots \end{bmatrix}. \quad (4.28)$$

4.6 Berücksichtigung der stationären Lösung

Bei der Betrachtung der behandelten Netzwerke im stationären Zustand verschwinden in der zeitkontinuierlichen Zustandsraumdarstellung die Ableitungen. Das Vektor-Differentialgleichungssystem erster Ordnung geht über in ein lineares Gleichungssystem mit der Anzahl der Leitwerte als Unbekannte. Bei zwei oder mehr Knoten ist das Gleichungssystem immer unterbestimmt, so daß aus der stationären Lösung allein die Leitwerte nicht bestimmt werden können. Es kann jedoch die Anzahl der unbekannt Parameter des Netzwerks durch Berücksichtigung der stationären Lösung verringert werden. Dies geschieht am einfachsten durch die Verwertung in Form von Vorwissen nach Abschnitt 3.3.3.

5 Realisierung einer rechnergestützten Mehrgrößen-Parameterschätzung mit Vorwissen

In den vorangegangenen Kapiteln sind verschiedene Verfahren zur Mehrgrößen-Parameterschätzung und eine Modellbildung für lineare passive elektrische Netzwerke beschrieben. In diesem Kapitel wird die Umsetzung des gewählten Schätzverfahrens innerhalb eines PC-Programms mit dem Namen PARAMID dargestellt. Mit diesem Programm wurden die in den Kapiteln 6 und 7 beschriebenen Untersuchungen durchgeführt.

5.1 Anforderungen

Bei der Entwicklung des PC-Programms wurde die Erfüllung des folgenden Pflichtenheftes angestrebt:

- Für die Bedienung des Programms ist eine komfortable Menüoberfläche vorzusehen. Außerdem soll zur Durchführung von Parameterstudien ein automatisierter Aufruf möglich sein.
- Die Eingabe des Modells soll unter physikalischen Gesichtspunkten erfolgen, damit auch Anwender mit geringer Kenntnis der Schätztheorie Untersuchungen durchführen und physikalisches Vorwissen einbringen können.
- Mit den geschätzten Parametern soll eine Simulation durchgeführt werden. Durch die graphische Bildschirm-Darstellung von Referenzsignalen und simulierten Ausgangssignalen kann man dann schnell feststellen, ob der Modellausgangsfehler für den gewählten Betriebsfall akzeptabel ist.
- Aus den Eingangssignalen und den geschätzten Parametern sollen Eingabedateien für einen handelsüblichen Netzwerksimulator [25] erzeugt werden.
- Der Betrieb auf einem tragbaren Rechner und die Übertragung des Simulationsteils auf ein Steuerungs- bzw. Überwachungssystem sind vorzusehen.

5.2 Programm-Algorithmus

Die Schätzgleichung, auf der das Programm beruht, ist eine vereinfachte Form des Allgemeinen Gauß-Schätzers aus Kapitel 3. Das Störsignal wird als weißes Rauschen angenommen. Daher wird in der Schätzgleichung die Kovarianzmatrix des Rauschens nicht berücksichtigt, und es gilt

$$\hat{\underline{p}} = \left(\underline{V}_p^{-1} + \underline{M}^T \underline{M} \right)^{-1} \cdot \left(\underline{M}^T \underline{\tilde{y}}_S + \underline{V}_p^{-1} \underline{\bar{p}} \right). \quad (5.1)$$

Diese Gleichung wird im Programm PARAMID für alle Teilsysteme ausgewertet. Aus den geschätzten Parametervektoren werden die Werte der Schaltelemente entsprechend der Modellbildung in Kapitel 4 abgeleitet.

5.3 Eigenschaften des Programms zur Mehrgrößen-Parameterschätzung

Um dem in Abschnitt 5.1 definierten Pflichtenheft zu genügen, wurde das PC-Programm PARAMID entwickelt. Seine Ein/Ausgabe-Struktur ist in Bild 5.1 erläutert.

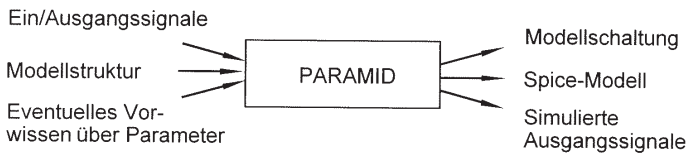


Bild 5.1 Ein/Ausgabe-Struktur des Programms zur Mehrgrößen-Parameterschätzung

Das Programm verarbeitet die Ein- und Ausgangssignale und Informationen zur Topologie des Modells. Die Signale können als Stell- und Meßsignale realen Prozessen oder Referenzmodellen entnommen sein. Die Topologie wird zur Struktur des Netzwerks gezählt und nicht als Vorwissen aufgefaßt. Die Formulierung des Mehrgrößenmodells erfolgt in elektrischer Repräsentation entsprechend der Modellbildung in Kapitel 4. Vorab bekannte Parameterwerte oder -wertebereiche können angegeben werden. Dabei wird über die Varianz des Vorwissens die Gewichtung zwischen Vorwissen und Schätzergebnis eingestellt, um die Unsicherheit des Vorwissens zu charakterisieren. Je kleiner die Varianz eines Parametervektorelementes ist, desto mehr Einfluß hat dessen Ä-Priori-Wert auf das Schätzergebnis.

Das Programm hat folgende technische Daten:

Rechnertyp:	IBM-kompatibler PC, CPU mind. 386 SX, Koprozessor, mind. 4 MB RAM, 5 MB Festplattenplatz für Programm, 20-100 MB für Daten
Betriebssystem:	MS-DOS 3.3 oder höher, lauffähig unter Windows 95
zugelassene Schaltelemente:	Leitwerte und Kapazitäten
max. Knotenzahl:	10
max. Wertezahl:	8000
graphischer Ausgangssignalvergleich:	Programminterner Aufruf von SIGMA [38] zur Meßwertdarstellung
Grafikausgabe:	innerhalb von SIGMA VGA-Bildschirm, Plotter, Drucker
Ein/Ausgabelisten:	Steuerungsdatei, Protokolldatei, Ergebnisdatei, SPICE-Steuerungsdatei
Programmiersprache:	Borland Pascal 7.01 mit Zusatz zur Nutzung des Erweiterten Speichers

Tabelle 5.1 Technische Daten des Programms PARAMID zur Mehrgrößen-Parameterschätzung mit Vorwissen

Die Anforderungen aus Abschnitt 5.1 wurden in allen Punkten erfüllt. Das Programm ist auf die Bearbeitung elektrischer Netzwerke beschränkt, kann aber ohne Schwierigkeiten auf andere Aufgabenstellungen erweitert werden, soweit diese durch eine zeitdiskrete Zustandsraumdarstellung beschrieben werden können.

Der Quellentext des Programms umfaßt 5.500 Zeilen. Außerdem wurden ca. 20.000 Zeilen aus externen Bibliotheken zur Gestaltung der menügeführten Benutzeroberfläche und zur Numerik verwendet.

5.4 Zeitbedarf der Schätzungen

Ein wichtiges Kriterium beim Einsatz des Verfahrens zur Mehrgrößen-Parameterschätzung ist der Zeitbedarf. Dies gilt besonders beim interaktiven Arbeiten. In Bild 5.2 ist der Rechenzeitbedarf ohne Modellbildung abhängig von Knoten- und Abtastwertezahlen auf einem gängigen PC dargestellt.

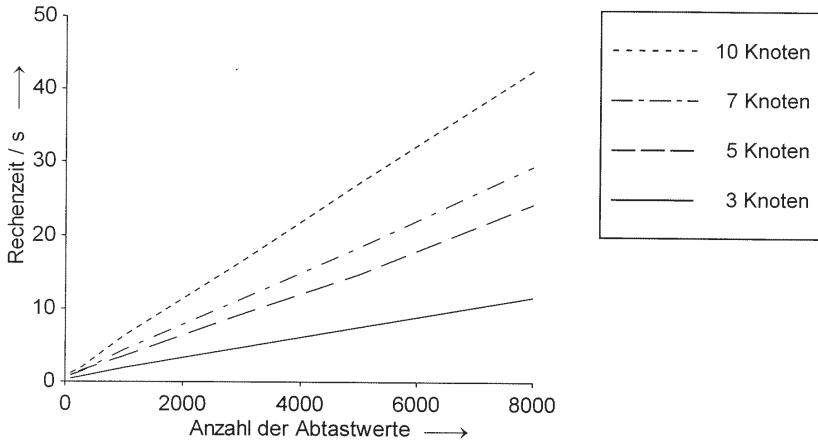


Bild 5.2 Zeitbedarf der Schätzungen in Abhängigkeit von Knoten/Wertzahl bei einem PC 486-66MHz

Bei anderen Rechnern ist mit folgenden Korrekturfaktoren für den Zeitbedarf zu rechnen.

Rechner	386, 25MHz ¹	486, 66MHz ²	486, 66MHz ³	486, 80MHz ²	Pentium, 75MHz
Zeitfaktor	3,5	1	0,86	0,87	0,78

¹langsame Festplatte ²normale Festplatte ³RAMDISK

Tabelle 5.2 Korrekturfaktoren zum Zeitbedarf beim Einsatz anderer Rechner

Das Einbringen von Vorwissen beeinflusst die Schätzdauer nicht, erfordert aber mehrere Durchläufe, um die Gewichtung durch Anpassung der Varianz einzelner Parameter interaktiv zu optimieren. Bei kleinen Knotenzahlen erlaubt die erforderliche Rechenzeit ein kontinuierliches Arbeiten. Bei größeren Knotenzahlen sollte zunächst mit einem Teil der Daten gearbeitet werden. Außerdem kann die Bearbeitung auf einzelne Knoten beschränkt werden, da die Auswertung der Teilsysteme unabhängig voneinander geschieht.

6 Einsatz des Mehrgrößen-Parameterschätzverfahrens bei linearen passiven elektrischen Netzwerken

In diesem Kapitel wird das Mehrgrößen-Parameterschätzverfahren mit Gauß-Markov-Schätzer anhand von Testmodellen erprobt. Dabei kommt die in Kapitel 4 beschriebene Modellbildung zum Einsatz. Es werden unterschiedliche Kriterien für den Schätzerfolg bei Klemmenmodellen (Signalfehler) bzw. bei Strukturmodellen (Parameterfehler) definiert. Die Möglichkeit, realistische Simulationsmodelle durch Parameterschätzung zu erzeugen, wird in Abhängigkeit von verschiedenen Einflußgrößen untersucht. Die dabei berücksichtigten Einflußgrößen sind übersichtlich in Bild 6.1 aufgeführt.

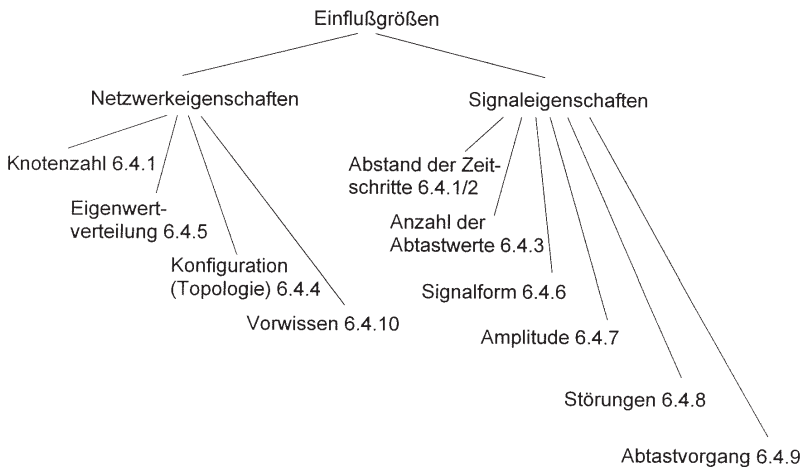


Bild 6.1 Durchgeführte Untersuchungen zu Einflußgrößen auf den Schätzerfolg (Übersicht)

6.1 Definition des Signalfehlers und des Parameterfehlers

Um beim Vergleich von Schätzmethoden bzw. -varianten ein Maß für den Schätzerfolg zu haben, ist es notwendig, den Simulationsfehler zu definieren. Eine Definitionsmöglichkeit ist der *Modellausgangsfehler*, der hier definiert ist als die Abweichung des mit dem zu bewertenden Simulationsmodell simulierten Modellausgangssignals von dem Referenzsignal. Bei diesem Kriterium wird das Zeitverhalten der Signale verglichen, um die Eignung als Klemmenmodell zu überprüfen.

Der Modellausgangsfehler wird bestimmt als die Differenz zwischen dem gemessenen Ausgangssignal mit additiver Störung \tilde{y}_S und dem Modellausgang y_M , der durch Simulation des zu beurteilenden Modells berechnet wurde

$$\tilde{\varepsilon} = \tilde{y}_S - y_M. \quad (6.1)$$

Da in der Regel der größte auftretende Fehler interessiert, wird der maximale Betrag des Ausgangsfehlervektors betrachtet, der als *Signalfehler*

$$\varepsilon_{Max} = \text{Max}\{|\tilde{\varepsilon}|\} = \text{Max}\{|\tilde{y}_S - y_M|\} \quad (6.2)$$

bezeichnet wird. Um zwei Untersuchungen mit unterschiedlichen Signalamplituden vergleichbar zu machen, wird ein relatives Kriterium benötigt. Bei dessen Definition stößt man auf eine Schwierigkeit, die beispielhaft für das in Bild 6.2 dargestellte Signal erklärt wird.

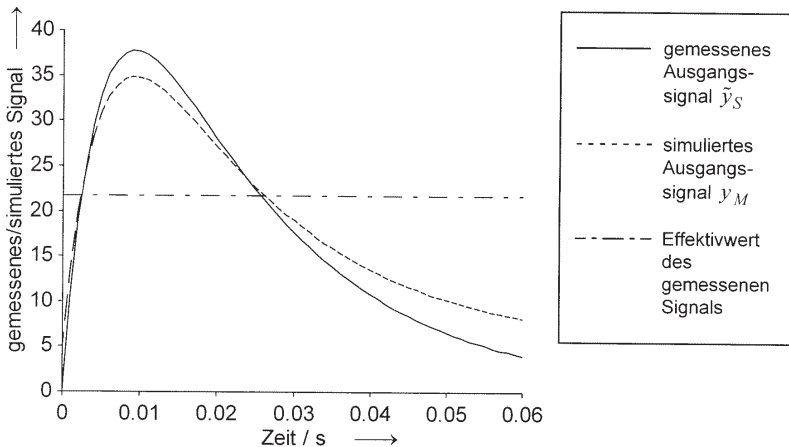


Bild 6.2 Vergleich zwischen gemessenem und simuliertem Beispielsignal

Der relative Fehler könnte dadurch ermittelt werden, daß jeder Wert der Fehlerfolge durch den betreffenden Meßwert geteilt wird. Der aus den Signalen in Bild 6.2 resultierende relative Fehler würde hauptsächlich aufgrund der bleibenden Abweichung des simulierten Signals zustande kommen, denn die Abweichung bei 0,01 Sekunden würde beispielsweise als ca. 10% und die bei 0,06 Sekunden als ca. 100% eingehen. Im Extremfall wäre der gemessene Wert Null und die kleinste Abweichung des simulierten Signals führte zu einem unendlichen Fehler.

Man kann dieser Ungleichgewichtung begegnen, indem man die Werte des Fehlersignals auf den Effektivwert des gemessenen Signals \tilde{y}_S bezieht. Dieser Effektivwert ist als ein äquivalentes Gleichsignal strichpunktiert in Bild 6.2 eingezeichnet. Die in dieser Arbeit verwendete Definition für den *relativen Signalfehler* (bezogen auf den Effektivwert des gemessenen Signals) lautet somit

$$\varepsilon_{Max,rel} = \frac{\text{Max}(|\tilde{y}_S - y_M|)}{\sqrt{\frac{1}{t_e} \int_0^{t_e} y^2(t) dt}} \quad \text{in \%}, \quad (6.3)$$

wobei t_e das Ende des betrachteten Zeitraums ist. Der Signalfehler bewertet ein Simulationsmodell durch Vergleich des Zeitverhaltens mit dem gemessenen Signal. Damit wird die Eignung als Klemmenmodell beurteilt. Interessant ist aber auch die Abweichung der einzelnen Modellparameter von den wahren Werten bei Übereinstimmung von Modell- und Systemstruktur.

Der *Parameterfehler* ist naturgemäß nur 'unter Laborbedingungen' zu bestimmen. Es müssen Testprozesse, deren Parameter bekannt sind, zur Verfügung stehen. Dabei ist es sinnvoll, diese Testmodelle ähnlich den in der praktischen Anwendung untersuchten Systemen zu wählen, soweit über diese Informationen vorliegen.

Der *Parameterfehlerbetrag* ist als Vektordifferenz zwischen dem geschätztem und wahren Parametervektor einfach zu bestimmen

$$\Delta \underline{p}_{abs} = |\hat{\underline{p}} - \underline{p}|. \quad (6.4)$$

Der *relative Parameterfehlerbetrag* ist der Vektor, der sich aus $\Delta \underline{p}_{abs}$ bei elementweiser Division durch den Vektor der Referenzwerte ergibt

$$\Delta \underline{p}_{rel} = \frac{\Delta \underline{p}_{abs}}{\underline{p}} = \frac{|\hat{\underline{p}} - \underline{p}|}{\underline{p}} \quad \text{in \%}. \quad (6.5)$$

Der *maximale relative Parameterfehlerbetrag* $\Delta p_{Max,rel}$ ist das größte Element des Vektors $\Delta \underline{p}_{rel}$ nach Gl. 6.5. Bei allen Untersuchungen sind Signalfehler und Parameterfehler als Relativwerte der maximalen Beträge angegeben.

6.2 Testmodelle und Testsignale

Die Untersuchungen zur Leistungsfähigkeit des Identifikationsverfahrens wurden an Testmodellen durchgeführt, deren Parameterwerte nach der Vergleichbarkeit bei unterschiedlichen Knotenzahlen festgelegt wurden. Für die Betrachtung der Vergleichbarkeit des Zeitverhaltens bietet sich die Darstellung in Eigenwerten an. Werden die Eigenwerte aus gleichen Wertebereichen gewählt, kann davon ausgegangen werden, daß Unterschiede im Zeitverhalten nicht aus der unterschiedlichen Eigenwertverteilung resultieren. Bei den verwendeten Testmodellen sind die Eigenwerte logarithmisch verteilt, wie es im Anwendungsfall in Kapitel 7 näherungsweise der Fall ist.

Testmodelle mit vorgegebenen Wunscheigenwerten sind leicht zu erzeugen. An ihre Systemmatrizen sind allerdings bestimmte Anforderungen zu stellen, wenn die Modelle als elektrische Netzwerke realisiert werden sollen. Die Systemmatrizen elektrischer Netzwerke sind symmetrisch. Ihre passiven Schaltelemente haben immer positive Werte. Dadurch sind die Parameterwerte der Systemmatrizen in ihren Wertebereichen begrenzt. Die Anforderungen an die Systemmatrix sind noch weitergehend, wenn bei unterschiedlichen Strukturformen nicht alle Knoten miteinander verbunden sind, denn dadurch werden strukturelle Nullen in der Systemmatrix verursacht. Das Einbringen dieser Randbedingungen in die Berechnung ist schwierig, weshalb die Testparameter iterativ unter Inkaufnahme von Eigenwert-Abweichungen bis 0,1% bestimmt wurden. Bezüglich der Eigenvektoren wurden keine Vorgaben gemacht.

Als Testsignale wurden überlagerte Exponentialfunktionen mit den Eigenzeitkonstanten der Testmodelle eingesetzt, da sie sich als für die Identifikation geeignet erwiesen (vergl. Untersuchung verschiedener Eingangssignalformen in Abschn. 6.4.4). Die Beiträge der einzelnen Exponentialfunktionen wurden mit orthogonalen Vektoren gewichtet, damit sie untereinander wenig korreliert sind.

6.3 Klassifizierung der auftretenden Fehler

Für die Untersuchungen in diesem Kapitel ist es wichtig, die auftretenden Fehler zu klassifizieren, um den Verfahrensfehler der Mehrgrößen-Parameterschätzung unabhängig von anderen Fehlerarten zu erfassen. Die unterschiedlichen Fehlerarten lassen sich anhand der denkbaren Vorrichtungen zur Durchführung der Untersuchungen erläutern.

Ein Meßaufbau könnte mit einer elektrischen Schaltung, einem Prozeßrechner bzw. einem Analogrechner realisiert werden.

Folgende Fehlerarten wären zu unterscheiden:

1. Störungen der Eingangsgrößen bzw. Stellfehler
2. Störungen der Ausgangsgrößen bzw. Meßfehler
3. Abtastfehler durch Zeit- und Wertdiskretisierung beim Abtastvorgang
4. Verfahrensfehler des Mehrgrößen-Parameterschätzverfahrens

Die ersten drei Fehlerarten sind für eine Untersuchung der Leistungsfähigkeit des Verfahrens ohne Bedeutung und erst bei der Beurteilung der praktischen Einsetzbarkeit von Interesse. Daher ist anstelle eines realen Meßaufbaus der Einsatz eines Netzwerksimulators sinnvoll. Stell- und Meßfehler bzw. Störungen sind dabei gering, denn die Wertdiskretisierung geschieht mit der Zahlenbreite des verwendeten Digitalrechners, die um Größenordnungen über der Zahlenbreite üblicher Analog/Digital-Umsetzer liegt.

Trotzdem bleibt neben dem Verfahrensfehler ein zusätzlicher Fehleranteil aufgrund des Abtastvorgangs, der sich auf unterschiedliche Integrationsverfahren zur numerischen Lösung der Differentialgleichungssysteme zurückführen läßt. Übliche Netzwerksimulatoren berechnen das simulierte Signal mit dem Ziel, bei geringer Rechenzeit ein konvergierendes und möglichst genau simuliertes Ausgangssignal zu berechnen. Dazu wird eine Mehrschritt-Vorhersage mit automatischer Schrittweitenanpassung eingesetzt. Das verwendete Verfahren zur Mehrgrößen-Parameterschätzung liefert Parameter für Differenzgleichungen, die einer Einschnittvorhersage mit einem expliziten Euler-Verfahren entsprechen. Eine automatische Schrittweitenanpassung ist unerwünscht, da äquidistante Abtastschritte Voraussetzung für den Einsatz des Schätzverfahrens sind. Bei der Ermittlung des Verfahrensfehlers ist es daher unerlässlich, die Simulation der Testmodelle durch Berechnung der Differenzgleichungen durchzuführen. Nur bei Vorliegen dieser Voraussetzung wird ausschließlich der Verfahrensfehler des Mehrgrößen-Parameterschätzverfahrens ermittelt, und Unterschiede in den Simulationsverfahren spielen keine Rolle. Die schlechte Konvergenz des einfachen Euler-Verfahrens bei falsch gewählter Abtastperiodendauer ist für die Ermittlung des Verfahrensfehlers ohne Bedeutung. Sie schränkt lediglich die mögliche Variation der Abtastperiodendauer nach oben ein. Die Abtastperiodendauer darf allerdings nach Kapitel 2 wegen der Näherung des Abtastvorgangs nicht beliebig klein gewählt werden, um numerische Probleme zu vermeiden.

6.4 Schätzerfolg in Abhängigkeit von Signal- und Systemeigenschaften

In diesem Abschnitt sind die Untersuchungen des Schätzfehlers in Abhängigkeit von verschiedenen Einflußgrößen entsprechend der Übersicht in Bild 6.1 dargestellt. Die jeweils gültigen Eigenschaften und Randbedingungen der Testmodelle und Testsignale sind in Tabelle 6.1 aufgeführt.

Ab-schnitt	6.4.1/2	6.4.3	6.4.4	6.4.5	6.4.6	6.4.7	6.4.8	6.4.9	6.4.10
T_a	var.	0,003s	var.	var.	var.	0,003s	0,003s	var.	0,01s
Knoten-zahl	3 5 7 10	3 5 7 10	5	5	5	5	5	3 5 7 10	5
Werte-zahl	5000	300 - 8000	5000	5000	5000	5000	5000	5000	5000
Topo-logie	Kettenl.	Kettenl.	var.	Kettenl.	Ket-tenl.	Kettenl.	Kettenl.	Kettenl.	Kettenl.
Eigen-werte	$-1\frac{1}{s} \dots$ $-10\frac{1}{s}$	$-1\frac{1}{s} \dots$ $-10\frac{1}{s}$	$-1\frac{1}{s} \dots$ $-10\frac{1}{s}$	var.	$-1\frac{1}{s} \dots$ $-10\frac{1}{s}$	$-1\frac{1}{s} \dots$ $-10\frac{1}{s}$	$-1\frac{1}{s} \dots$ $-10\frac{1}{s}$	$-1\frac{1}{s} \dots$ $-10\frac{1}{s}$	$-1\frac{1}{s} \dots$ $-10\frac{1}{s}$
Signal-form	Eigen-w.-Exp.	Eigen-w.-Exp.	Eigen-w.-Exp.	Eigen-w.-Exp.	var.	Eigen-w.-Exp.	Eigen-w.-Exp.	Eigen-w.-Exp.	Eigen-w.-Exp.
Eff.-Wert	1	1	1	1	1	var.	1	1	1
Stö-rungen	keine	keine	keine	keine	keine	keine	var.	keine	keine
Simu-lation	zeitd.	zeitd.	zeitd.	zeitd.	zeitd.	zeitd.	zeitd.	zeitk.	zeitk.
Vor-wissen	ohne	ohne	ohne	ohne	ohne	ohne	ohne	ohne	var.

Tabelle 6.1 Eigenschaften der Netzwerke und Signale bei den Untersuchungen in den Abschnitten 6.4.1 bis 6.4.10

6.4.1 Abstand der Zeitschritte und Knotenzahl

Bei der Wahl des optimalen Abstands der Zeitschritte T_a ist in jedem Fall das Shannon-Theorem einzuhalten

$$T_a < \frac{1}{2 \cdot f_{\max}}, \quad (6.6)$$

wobei f_{\max} die maximale Signalfrequenz ist. In [63] ist folgender Richtwert angegeben

$$T_a \approx \left(\frac{1}{6} \dots \frac{1}{10} \right) \frac{1}{f_{\max}}. \quad (6.7)$$

Die Untergrenze für den Zeitschrittabstand wird bei Echtzeitanwendungen durch praktische Grenzen der Rechenanlage und durch das Signalverhalten bestimmt. Zwischen zwei Abtastwerten muß eine vollständige Signalverarbeitung und -auswertung möglich sein. Außerdem ist es für die Schätzung wünschenswert, daß sich die Signale zwischen den Zeitpunkten nennenswert ändern, damit der Einfluß von Rundungsfehlern nicht zu groß wird.

Die Darstellung von Signal- und Parameterfehler erfolgt in Diagrammen, in denen der Betrag des Fehlers in Abhängigkeit vom Abstand der Zeitschritte aufgetragen ist. Die Abhängigkeit der Fehler von der Knotenzahl wird durch eine Kurvenschar für 3, 5, 7 und 10 Knoten dargestellt. In Bild 6.3 ist der relative Signalfehler $\varepsilon_{Max,rel}$ abgebildet.

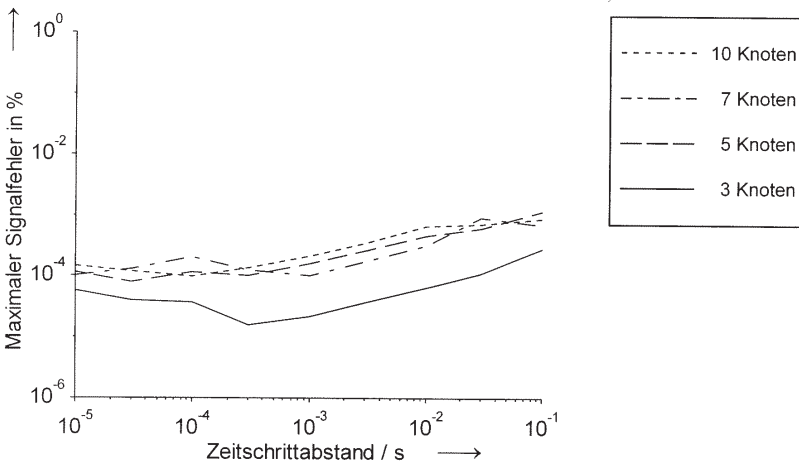


Bild 6.3 Maximaler relativer Signalfehler $\varepsilon_{Max,rel}$ als Funktion von Zeitschrittabstand und Knotenzahl, übrige Einflußgrößen wie in Tabelle 6.1, Zeile 4 bis 11

Der Signalfehler liegt weit unter 1 %. Das Zeitverhalten wird gut wiedergegeben. Der Abstand der Zeitschritte hat nur geringen Einfluß auf den Signalfehler. Den Verlauf des Parameterfehlers in Abhängigkeit vom Zeitschrittabstand zeigt Bild 6.4.

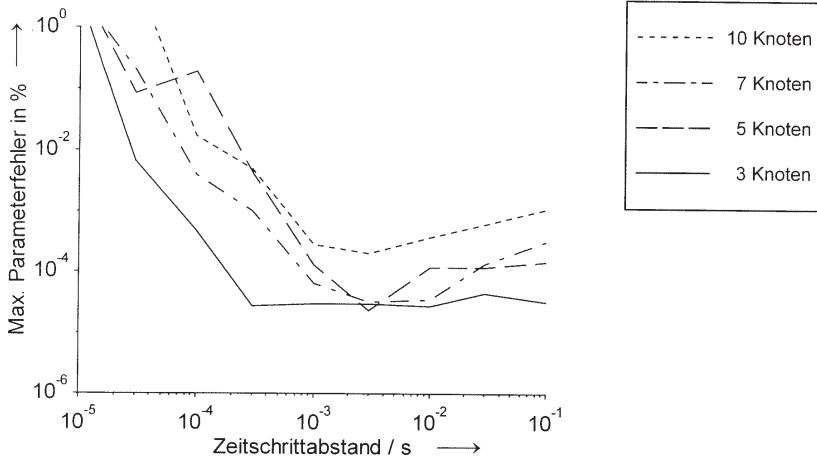


Bild 6.4 Maximaler relativer Parameterfehler $\Delta p_{Max,rel}$ als Funktion von Zeitschrittabstand und Knotenzahl, übrige Einflußgrößen wie in Tabelle 6.1, Zeile 4 bis 11

Der Parameterfehler ändert sich bei Variation des Zeitschrittabstands weit stärker als der Signalfehler. Eine höhere Knotenzahl ist in der Regel mit einem höheren Parameterfehler verbunden.

Nicht bei allen Knotenzahlen ist ein eindeutiges Optimum bezüglich des Zeitschrittabstands vorhanden. Dies kann mehrere Gründe haben:

1. Die Testmodelle sind nicht wirklich vergleichbar. Eine gleichförmige Verteilung der Eigenwerte reicht offensichtlich nicht aus.
2. Der maximale Parameterfehler wird durch Fehler in unterschiedlichen Parametergruppen beeinflusst, was eine Betrachtung der Parameterfehler nach Kapazitäten und Leitwerten getrennt interessant erscheinen läßt.
3. Der Einfluß der Testsignale bei unterschiedlichen Knotenzahlen muß berücksichtigt werden.

Das Minimum des Parameterfehlers liegt bei einem Abstand der Zeitschritte von 0,003s. Das entspricht etwa 1/300 der kleinsten Eigenzeitkonstanten (1s).

Es ist interessant, zu untersuchen, ob Parameterfehler und Signalfehler korreliert sind. Wäre dies der Fall, so könnten aus dem Zeitverhalten des simulierten Modells Rück-

schlüsse auf die Abweichungen der geschätzten Parameter gezogen werden. In Bild 6.5 sind die Kombinationen der beiden Fehlerarten aus den Einzelschätzungen der vorherigen Untersuchungen gegeneinander aufgetragen.

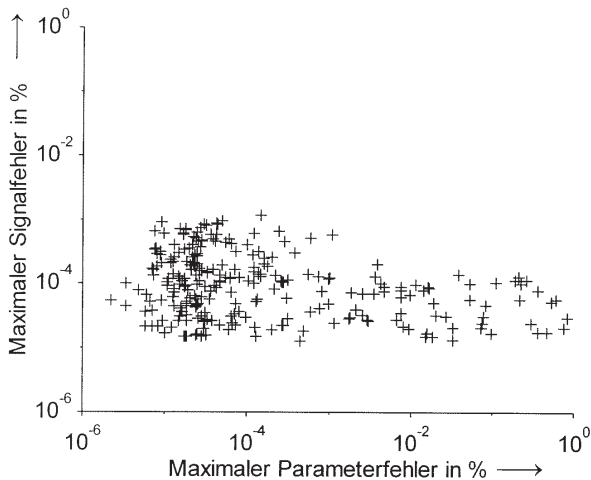


Bild 6.5 Signal/Parameterfehler-Kombinationen in den Untersuchungen zu Bild 6.3 und 6.4

Wären die beiden Fehlerarten korreliert, müßten sich die Kreuze entlang einer Geraden durch den Ursprung sammeln. Da dies nicht der Fall ist, sind Parameterfehler und Signalfehler nur wenig korreliert. In Bild 6.5 wird nochmals deutlich, daß die Variation des Parameterfehlers größer ist als die des Signalfehlers, was auf das Gütefunktional zur Signalfehleroptimierung zurückzuführen ist. Der maximale Parameterfehler verteilt sich unterschiedlich auf die Schaltelementgruppen. Deshalb werden sie einzeln betrachtet.

6.4.2 Schätzfehler bei einzelnen Parametergruppen (Schaltelementtypen)

In diesem Abschnitt wird der Parameterfehler der Bauteilgruppen

1. Kapazitäten,
2. Leitwerte zu den Bezugsknoten und
3. Leitwerte zu den Nachbarknoten

betrachtet. Bild 6.6 zeigt den Verlauf des Parameterfehlers in einem Testmodell mit fünf Knoten bei den drei genannten Schaltelementgruppen.

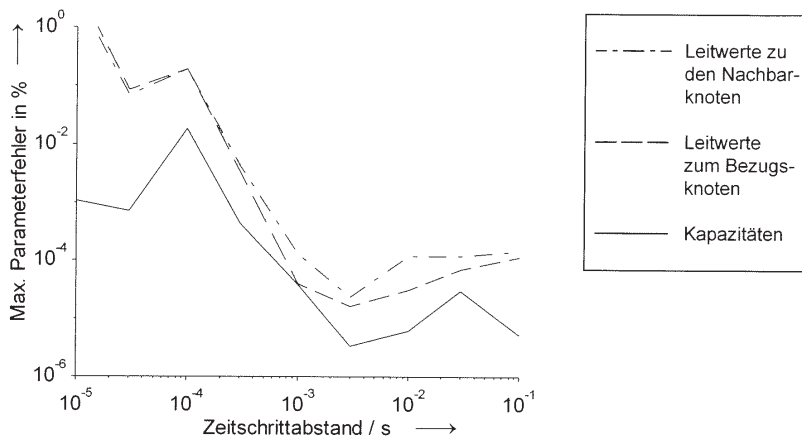


Bild 6.6 Parameterfehler der einzelnen Schaltelementgruppen als Funktion des Zeitschrittabstands bei fünf Knoten, übrige Einflußgrößen wie in Tabelle 6.1, Zeile 4 bis 11

Die Leitwerte zu den Nachbarknoten haben den größten Einfluß auf den Parameterfehler. In ihre Berechnung gehen nur Differenzen der Signalwerte unterschiedlicher Knotenspannungen ein. Der Fehler der Leitwerte zum Bezugsknoten ist geringfügig niedriger, da zu ihrer Schätzung die einzelnen Signale direkt verarbeitet werden. Die Kapazitäten haben einen Parameterfehler, der unter den übrigen Parameterfehlern liegt. Darin kommt zum Ausdruck, daß bei den Kapazitäten neben den absoluten Signalwerten auch die Ableitungen berücksichtigt werden.

6.4.3 Anzahl der Signalwerte

Gegenstand dieser Untersuchung ist die Abhängigkeit des Schätzfehlers von der Anzahl der Signalwerte, auf der die Schätzung beruht. Damit kann der erforderliche Datenumfang bei unterschiedlichen Knotenzahlen abgeschätzt werden. Testmodelle und die verwendeten Eingangssignale entsprechen denen in den vorherigen Untersuchungen. Der Abstand der Zeitschritte wurde entsprechend den Ergebnissen der Untersuchung in Abschnitt 6.4.1 gewählt. In Bild 6.7 ist der Signalfehler als Funktion der Anzahl der Signalwerte dargestellt.

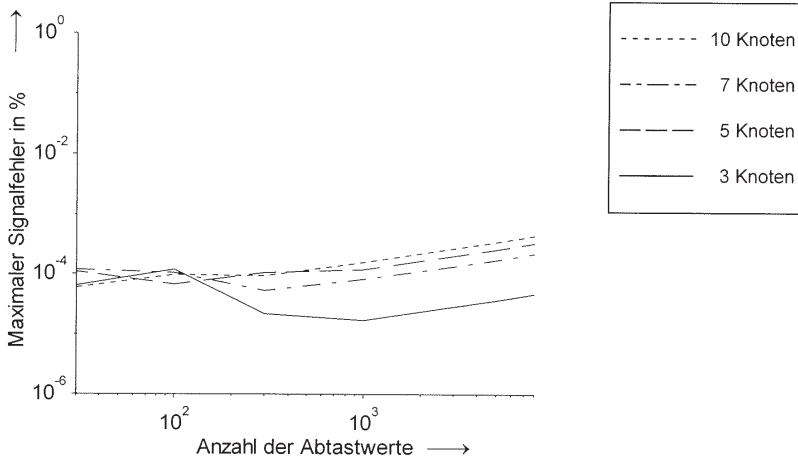


Bild 6.7 Maximaler relativer Signalfehler als Funktion von Signalwertzahl und Knotenzahl, übrige Einflußgrößen wie in Tabelle 6.1, Zeile 1 und 5 bis 11

Die Anzahl der Werte hat auf den Signalfehler nur geringen Einfluß. In den weiteren Untersuchungen wird auf eine Darstellung des Signalfehlers verzichtet, da dieser sich nur wenig ändert und erheblich kleiner als der Parameterfehler ist. Der Parameterfehler in Abhängigkeit von der Zahl der Zeitschritte ist in Bild 6.8 betrachtet.

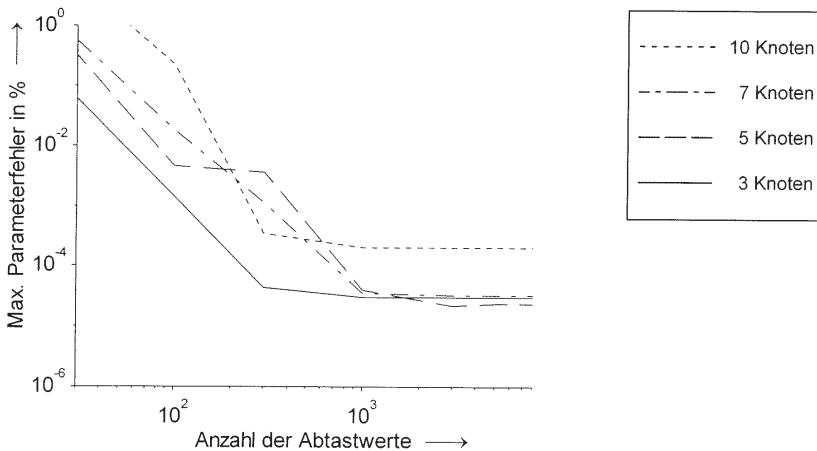


Bild 6.8 Maximaler relativer Parameterfehler als Funktion von Signalwertzahl und Knotenzahl, übrige Einflußgrößen wie in Tabelle 6.1, Zeile 1 und 5 bis 11

Wie erwartet, wird der Parameterfehler mit steigender Wertezahl kleiner. Ab etwa 1000 Werten ändert sich der Schätzerfolg kaum noch. Mit steigender Knotenzahl steigt in der Regel auch der Parameterfehler.

6.4.4 Struktur des Systems

In diesem Abschnitt ist der Parameterfehler in Abhängigkeit von der Modellstruktur und dem Zeitschrittabstand beschrieben. Dabei werden die Strukturformen

- Kettenleiterstruktur,
- Sternstruktur,
- Ringstruktur und
- die vollständig vernetzte Struktur

nach Kapitel 3 unterschieden. Die Kettenstruktur ohne Schaltelemente zum Bezugsknoten wurde nicht betrachtet, da sie bei der vorgeschlagenen Modellbildung nur Leitwerte enthält und kein dynamisches Verhalten hat. Bild 6.9 zeigt den Parameterfehler der vier Strukturformen mit den zugehörigen Vernetzungsgraden nach Gl. 4.1.

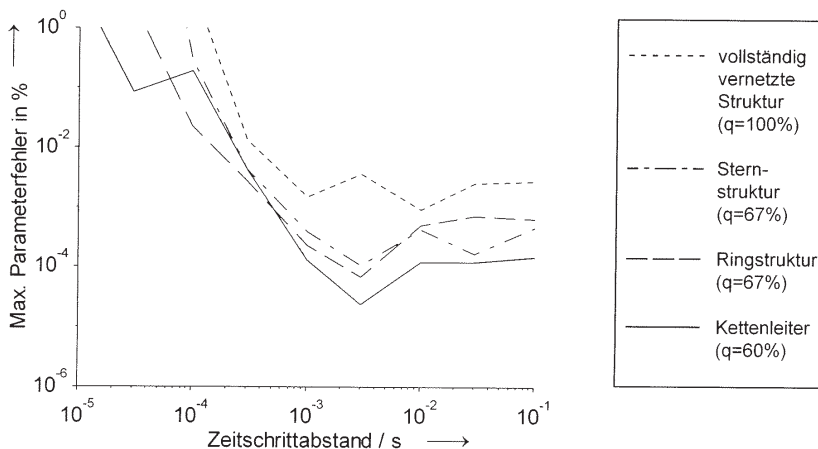


Bild 6.9 Maximaler relativer Parameterfehler als Funktion des Zeitschrittabstands bei verschiedenen vernetzten Strukturen, übrige Einflußgrößen wie in Tabelle 6.1, Zeile 3, 4, 6 bis 11

Es ist deutlich zu sehen, daß der Parameterfehler mit dem Vernetzungsgrad (Anzahl der unbekannt Schaltelemente) zunimmt. Die Ring- und die Sternstruktur weisen die gleiche Anzahl an Schaltelementen auf und sind sich daher bezüglich des Schätzergebnisses ähnlich.

6.4.5 Eigenwertgruppierung

Bei der Entwicklung der bisher betrachteten Testmodelle wurden die Eigenwerte logarithmisch im Bereich $-1 \frac{1}{s}$ und $-10 \frac{1}{s}$ verteilt. Die Wahl dieses Bereichs ist willkürlich. Um einen Überblick über den Einfluß der Eigenwertverteilung zu erhalten, wurde die untere Grenze der Eigenwerte und damit die längste Eigenzeitkonstante unter Beibehaltung der logarithmischen Verteilung variiert. Dies entspricht einem veränderten Multiplikationsfaktor zwischen benachbarten Eigenwerten bei gleichbleibendem größten Eigenwertbetrag. Das Verhältnis von größtem zu kleinstem Eigenwert ist bei dynamischen Systemen unter dem Namen Steifigkeit bekannt. In Bild 6.10 ist der Parameterfehler bei variierenden Eigenwertabständen abgebildet.

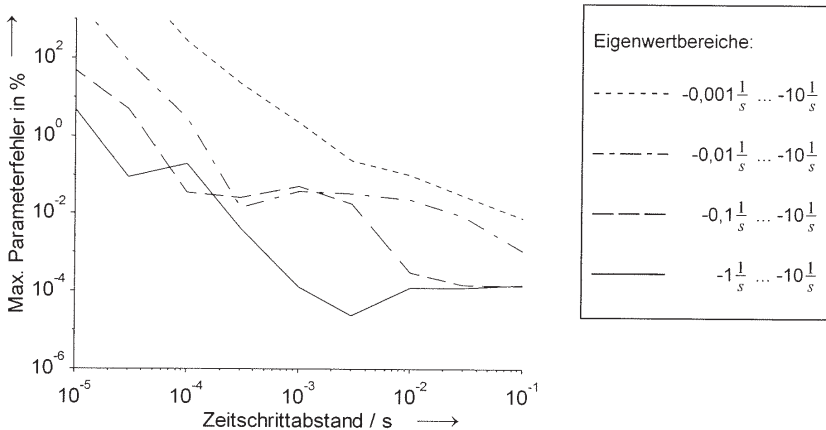


Bild 6.10 Maximaler relativer Parameterfehler als Funktion des Zeitschrittintervalls und der maximalen Eigenwertverhältnisse, übrige Einflußgrößen wie in Tabelle 6.1, Zeile 3 bis 5, 7 bis 11

Wegen der größeren Variation des Parameterfehlers überstreicht die Ordinatennachse einen Bereich von neun Zehnerpotenzen. Das maximale Verhältnis der Eigenwerte hat einen deutlichen Einfluß auf den Schätzerfolg. Je größer das Verhältnis zwischen kleinstem und größtem Eigenwert, desto schlechter ist das Schätzergebnis.

6.4.6 Art der Anregung

Form und Amplitude der Eingangssignale können einen Einfluß auf den Schätzerfolg haben. Für sieben verschiedene Eingangssignalförmungen, den Bildern 6.11 bis 6.17 entsprechend, wird der Schätzerfolg untersucht. Die Randbedingungen sind gegenüber den vorherigen Untersuchungen unverändert.

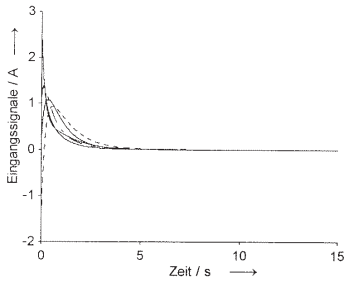


Bild 6.11 Eigenwert-Exponentialfunktionen

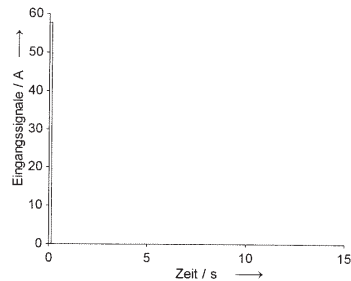


Bild 6.12 Synchrone Impulse

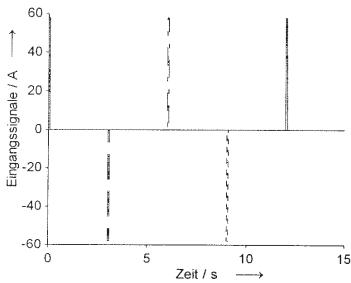


Bild 6.13 Verschobene alternierende Impulsfunktionen

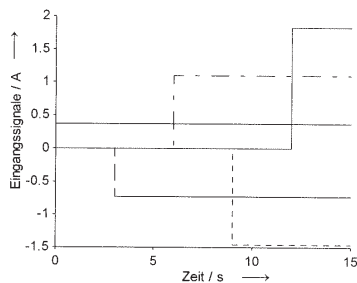


Bild 6.14 Verschobene alternierende Sprungfunktionen

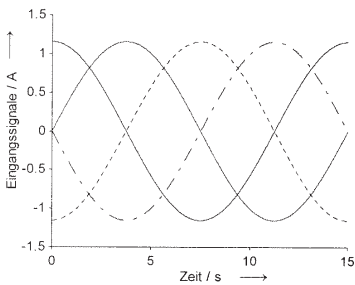


Bild 6.15 Verschobene alternierende Sinusfunktionen

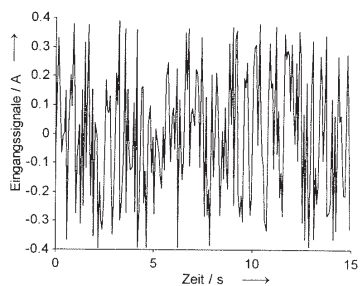


Bild 6.16 Pseudo-weißes Rauschen

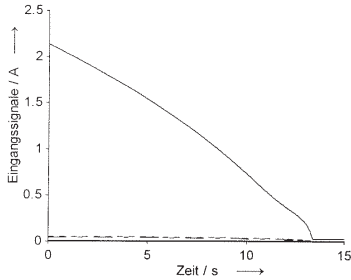


Bild 6.17 Für Wärmequellennetze typische Signale

Das Integral der quadrierten Eingangssignale ist bei allen Signalen auf $1 A^2s$ normiert. In den Bildern 6.18 und 6.19 wird der Parameterfehler der unterschiedlichen Signalformen verglichen.

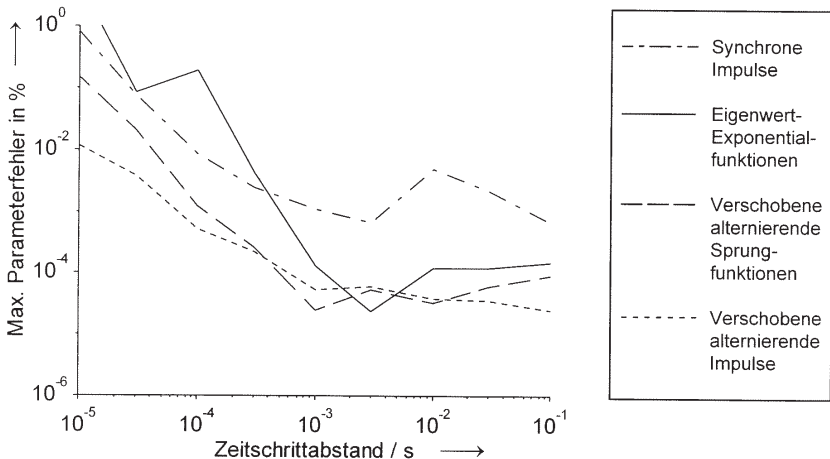


Bild 6.18 Maximaler relativer Parameterfehler als Funktion des Zeitschrittabstands und der Eingangssignalformen, übrige Einflußgrößen wie in Tabelle 6.1, Zeile 3 bis 6, 8 bis 11

Das Minimum des Parameterfehlers bezüglich des Zeitschrittabstands liegt bei allen Eingangssignalformen in einem ähnlichen Bereich. Die Verwendung verschobener Impulsfunktionen (Bilder 6.12 und 6.13) führt zu einer starken Verbesserung des Schätzerfolges, da die Signale anders als beim unverschobenen Fall unkorreliert sind. Sprungfunktionen, Eigenwert-Exponentialfunktionen und orthogonale Impulse weisen bezüglich des Parameterfehlers geringe Unterschiede auf.

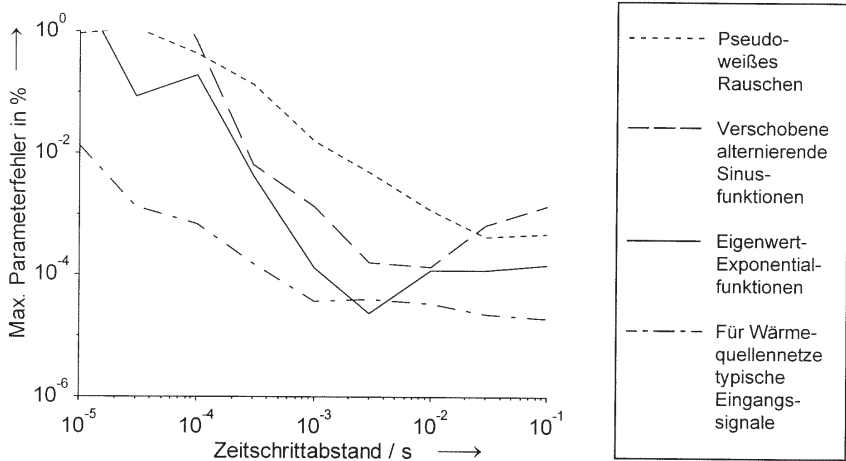


Bild 6.19 Maximaler relativer Parameterfehler als Funktion des Zeitschrittabstands und der Eingangssignalformen, übrige Einflußgrößen wie in Tabelle 6.1, Zeile 3 bis 6, 8 bis 11

Bild 6.19 zeigt, daß pseudo-weißes Rauschen zu relativ schlechten Schätzergebnissen führt, während Eigenwert-Exponentialfunktionen gute Ergebnisse liefern.

Leider ist man in der Praxis nicht immer frei in der Auswahl der Testsignale. Dies gilt sowohl für die Form der Signale als auch für die angestrebte Unkorreliertheit. Daher wurden Signale, wie sie im Anwendungsfall in Kapitel 7 (Wärmequellennetze für Käfigläufer) auftreten, in den Vergleich einbezogen. Sie erreichen ähnlich gute Ergebnisse wie Eigenwert-Exponentialfunktionen.

Weitere Ausführungen zur Gestaltung optimaler Testsignale finden sich in [12, 28, 31, 41, 42, 43, 44].

6.4.7 Aussteuerungsamplitude

Ein bisher nicht betrachtetes Merkmal ist die Signalamplitude. In Bild 6.20 ist der Verlauf des Parameterfehlers des Fünfknotenmodells bei optimalem Abstand der Zeitschritte und Variation des Signaleffektivwertes zu sehen.

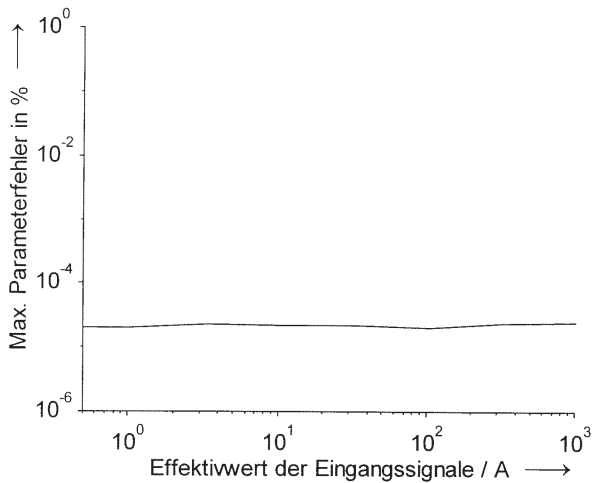


Bild 6.20 Maximaler relativer Parameterfehler als Funktion der Aussteuerungsamplitude, übrige Einflußgrößen wie in Tabelle 6.1, Zeile 2 bis 7, 9 bis 11

Die Amplitude der Signale hat in diesem Idealfall (Fließkommaverarbeitung in Simulator und Schätzverfahren) praktisch keinen Einfluß auf den Schätzerfolg.

Dies gilt jedoch nicht im praktischen Einsatz, denn das Verhältnis zwischen Nutz- und Störampplitude wirkt sich in der Störempfindlichkeit aus.

6.4.8 Störungen der Signale

Um die Auswirkungen von Störungen auf den Schätzfehler beurteilen zu können, wurde den Quellenströmen bzw. Kondensatorspannungen in Bild 4.7 weißes Rauschen überlagert. In Bild 6.21 ist der Parameterfehler in Abhängigkeit vom Nutz/Störsignalverhältnis aufgetragen.

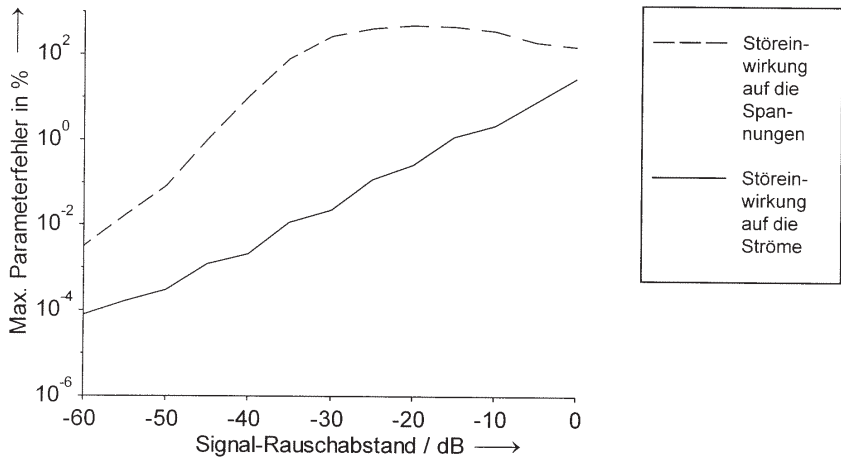


Bild 6.21 Maximaler relativer Parameterfehler als Funktion des Signal-Rausch-Abstands der Eingangs- bzw. der Ausgangssignale, übrige Einflußgrößen wie in Tabelle 6.1, Zeile 2 bis 8, 10, 11

Störungen in Ein- bzw. Ausgangssignalen wirken sich unterschiedlich aus. Die Quellenströme sind in den elektrischen Netzwerken die Eingangssignale. Im Schätzverfahren machen sich Störungen der Quellenströme kaum bemerkbar, da sie durch das Tiefpaßverhalten des untersuchten Systems stark unterdrückt werden. Dies ist bei den Kondensatorspannungen nicht der Fall, woraus die hohe Störempfindlichkeit resultiert. Die Empfindlichkeit des Verfahrens auf Störung der Ausgangssignale muß beim Einsatz des Schätzverfahrens berücksichtigt werden. Bei Kenntnis der stochastischen Eigenschaften der Störung kann das Verfahren nach Kapitel 3 erweitert werden. Andere Verfahren zur Störfreierung sind beispielsweise in [13] auf Basis der Mehrgrößenentfaltung und [47] durch digitale Filterung behandelt.

6.4.9 Simulation mit einem kontinuierlichen Netzwerksimulator (Spice)

Bisher waren alle Untersuchungen auf die Darstellung des Verfahrensfehlers bei zeitdiskreten Systemen beschränkt. Einen wesentlichen Einfluß auf die Anwendbarkeit des Parameterschätzverfahrens bei realen elektrischen Netzwerken hat aber der Abtastvorgang. In Bild 6.22 ist der Signalfehler bei zeitkontinuierlicher Simulation mit dem verbreiteten Netzwerksimulator Spice abgebildet.

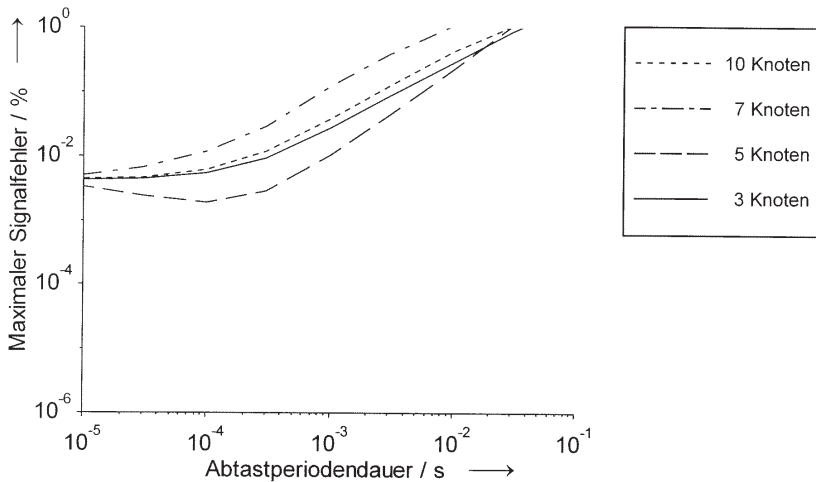


Bild 6.22 Signalfehler als Funktion der Abtastperiodendauer bei Simulation der Testmodelle mit einem Netzwerksimulator, übrige Einflußgrößen wie in Tabelle 6.1, Zeile 3 bis 9, 11

Der Vergleich mit Bild 6.3 zeigt, daß der Signalfehler bei Berücksichtigung des Abtastvorgangs erheblich größer ist als bei rein zeitdiskreten Systemen. Bei geeigneter Wahl der Abtastperiodendauer kann mit einem Signalfehler unter 0,1% trotzdem ein gutes Klemmenmodell erreicht werden.

Wegen der Identifizierbarkeit von Strukturmodellen ist auch der Parameterfehler von Interesse. In Bild 6.23 ist der Parameterfehler bei zeitkontinuierlicher Simulation abgebildet.

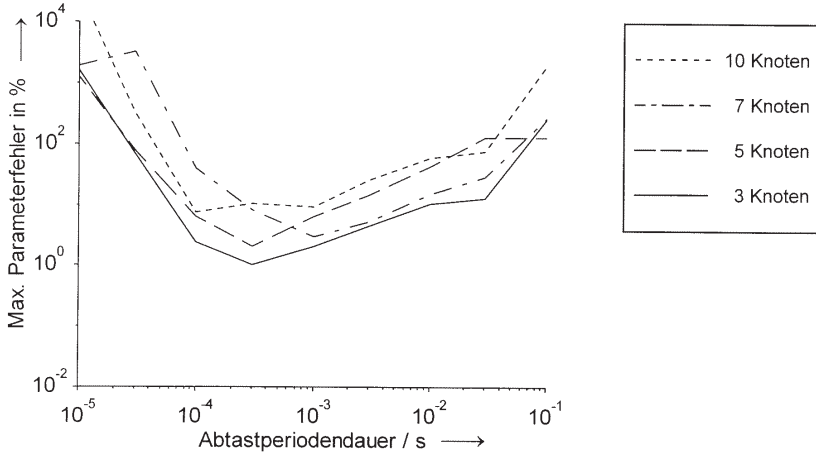


Bild 6.23 Maximaler relativer Parameterfehler als Funktion der Abtastperiodendauer bei Simulation der Testmodelle mit einem Netzwerksimulator, übrige Einflußgrößen wie in Tabelle 6.1, Zeile 3 bis 9, 11

Die Parameterfehler-Achse überstreicht hier einen größeren Wertebereich als bisher. Der aus dem Abtastvorgang resultierende Fehler ist weit größer als der des Schätzverfahrens. Bei zehn Knoten ist nur noch ein minimaler Parameterfehler von 25% erreichbar. Wie auch in Abschnitt 6.4.2 zu Anfang des Kapitels ist es interessant, den Parameterfehler bei den verschiedenen Schaltelementgruppen zu betrachten. Dies geschieht in Bild 6.24.

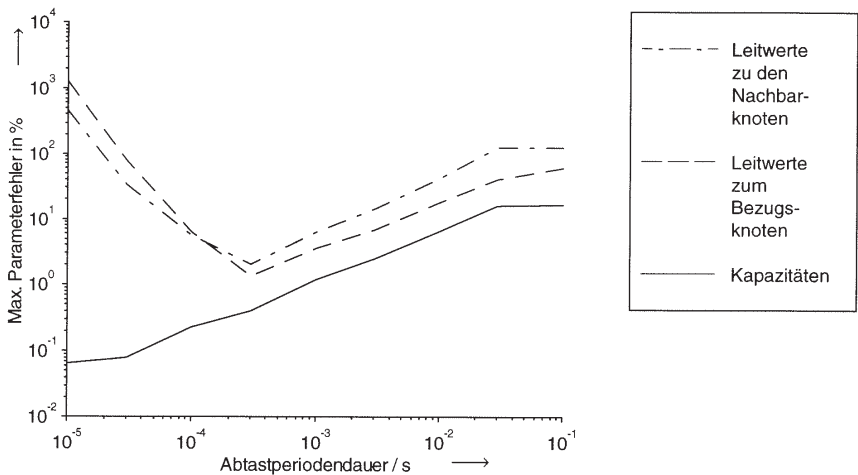


Bild 6.24 Maximaler relativer Parameterfehler verschiedener Schaltelementgruppen als Funktion der Abtastperiodendauer bei Simulation der Testmodelle mit einem Netzwerksimulator, übrige Einflußgrößen wie in Tabelle 6.1, Zeile 3 bis 9, 11

Auch bei der zeitkontinuierlichen Simulation haben die Leitwerte den größten Einfluß auf den Parameterfehler. Der Anstieg des Kapazitätsfehlers mit zunehmender Abtastperiodendauer resultiert aus dem differentiellen Anteil, dessen Verfälschung zunimmt.

6.4.10 À-Priori-Wissen über einzelne Parameter

Bei der Vorstellung der verschiedenen Methoden zur Parameterschätzung wurde gezeigt, wie Vorwissen innerhalb des verallgemeinerten Gauß-Markov-Schätzers eingebracht werden kann. Die Wirksamkeit dieses Vorgehens bei mäßigem Schätzerfolg wird in diesem Abschnitt dargestellt. Zunächst wird der Einfluß der Varianz auf die Verwertung des Vorwissens betrachtet. Dazu dient das Beispiel des am schlechtesten geschätzten Parameters in der Schätzung im vorherigen Abschnitt, der bei einer Abtastperiodendauer von 0,01s untersucht wird. Die Abweichung des Schätzergebnisses vom wahren Wert liegt ohne Vorwissen bei 43%.

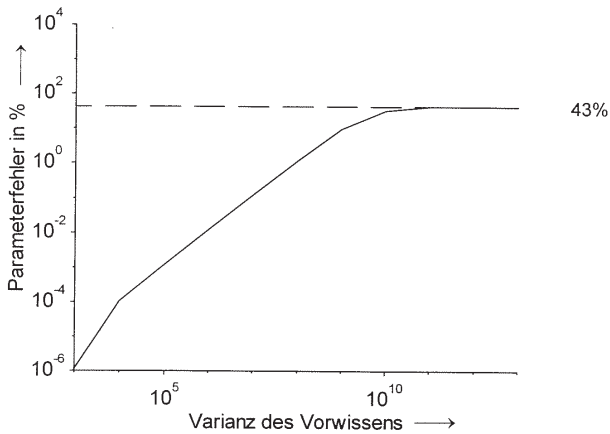


Bild 6.25 Beispiel des maximalen relativen Parameterfehlers in Abhängigkeit von der Varianz des Vorwissens, übrige Einflußgrößen wie in Tabelle 6.1, Zeile 2 bis 10

Es ist deutlich zu sehen, daß bei großer Varianz des untersuchten Parameters nur das Ergebnis des Gauß-Schätzers verwendet wird und die Abweichung groß ist. Bei kleiner werdender Varianz wird dem Vorwissen mehr Gewicht eingeräumt, und das Ergebnis strebt dem wahren Wert zu. Die Skalierung der Varianzachse ist bei jeder Schätzung anders, da die Beobachtungsmatrix einen Einfluß auf die Verarbeitung des Vorwissens hat.

Um den Einfluß von Vorwissen in den verschiedenen Schaltelementgruppen zu untersuchen, wurden dem Schätzverfahren die richtigen Werte der Parameter der Schaltelementgruppen

1. Leitwerte zu den Bezugsknoten,
2. Leitwerte zu den Nachbarknoten und
3. Vorwissen über alle Leitwerte

zur Verfügung gestellt. Bild 6.26 zeigt den Verlauf des Parameterfehlers bei zeitkontinuierlicher Simulation in Abhängigkeit von Art und Umfang des Vorwissens.

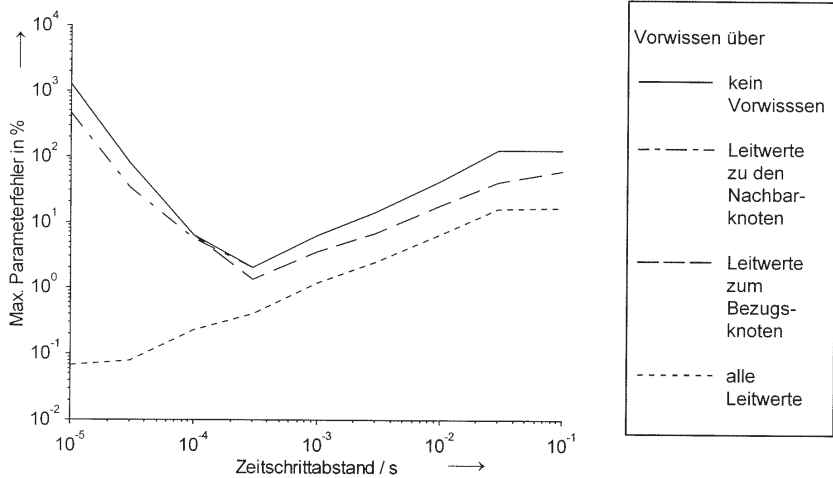


Bild 6.26 Maximaler relativer Parameterfehler als Funktion der Abtastperiodendauer bei Vorwissen über verschiedene Schaltelementgruppen, übrige Einflußgrößen wie in Tabelle 6.1, Zeile 3 bis 10

Es zeigt sich, daß mit zunehmendem Umfang des Vorwissens ein verbesserter Schätzerfolg erzielt wird, wenn dieses Vorwissen über die am schlechtesten geschätzten Parameter (hier die Leitwerte) vorliegt.

Bei Vorwissen über die Leitwerte können alle Kapazitäten mit vertretbarem Fehler ermittelt werden, wenn die Abtastperiodendauer nicht zu groß ist.

6.5 Realisierungsmöglichkeiten optimaler Testsignale im Rahmen der Prozeßführung

Die Möglichkeiten, bei praktisch realisierten Prozessen die aus diesem Kapitel erwachsenden Empfehlungen umzusetzen, ist in den meisten Anwendungsfällen beschränkt. Häufig sind Abtastperiodendauer und Wertezahl in Bereichen festgelegt, die zu suboptimalen Schätzergebnissen führen. Auch ist es nicht immer möglich, einen Prozeß aufzutrennen und eigene Signale einzuspeisen. Durch physikalische Randbedingungen kann es einen Zwang zu korrelierten Signalen geben. Sind einzelne Kanäle nur unwesentlich von Null verschieden, so wirkt sich diese Tatsache negativ auf das Schätzergebnis aus, da die zu invertierende Matrix numerisch schlecht konditioniert ist. Dadurch kann es notwendig werden, die Modellbildung zu modifizieren. Gleiches gilt, wenn an einem Knoten das Eingangssignal immer Null ist.

7 Anwendung der Parameterschätzung am Beispiel von Temperaturmodellen elektrischer Maschinen

Um einen Eindruck von der Einsatzmöglichkeit des Mehrgrößen-Parameterschätzverfahrens zu erhalten, wurden Schätzungen an Simulationsmodellen für Temperaturverteilungen in Käfigläufern elektrischer Maschinen durchgeführt. Dieser Anwendungsfall ist zur Untersuchung gut geeignet, denn er unterliegt teilweise für die Schätzung suboptimalen Randbedingungen, deren Auswirkungen auf die Erstellung von Klemmenmodellen untersucht werden.

Die Vermeidung thermischer Überlastungen stellt bei modernen, elektrischen Maschinen ein schwieriges Problem dar. Kompakte Asynchronmaschinen können im Hochlauf so viel Wärmeenergie entwickeln, daß schon nach zweimaligem Einschalten eine längere Zeit thermischen Ausgleichs erforderlich ist. Ein Beispiel für einen thermisch verursachten Totalschaden an einem Käfigläufer stellt Bild 7.1 eines Industrieschadenversicherers dar.

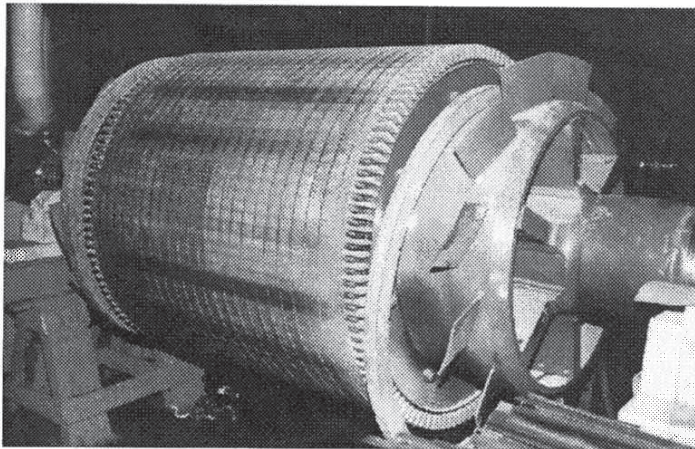


Bild 7.1 Thermischer Schaden an einem Käfigläufer nach langem Hochlauf unter Überlast (aus [2])

Bei dieser Maschine fand ein Hochlauf unter Überlast statt. Das durch Überhitzung bedingte Auslöten der Kurzschlußbringe führte zu einem Totalschaden an Läufer und Ständer. Schäden dieser Art sind selten, aber die genaue Kenntnis der Temperaturen innerhalb eines Läufers ist für die thermische Auslegung und bei der Betriebsüberwachung unerlässlich.

Die Messung der Temperaturverteilung in Läufern elektrischer Maschinen ist zwar möglich, aber äußerst aufwendig. Zudem lassen sich die Meßergebnisse wegen der Exemplarstreuungen nur bedingt auf andere Maschinen übertragen. Daher sind präzise Simulationen wichtige Hilfsmittel, um bei der Entwicklung elektrischer Maschinen die Einflüsse konstruktiver Maßnahmen auf die Erwärmung quantitativ zu bestimmen.

Ein Ansatz zur Simulation von Temperaturverteilungen beruht auf der Darstellung durch Potentialfelder. Diese werden durch partielle Differentialgleichungen beschrieben, deren geschlossene Lösung nur in einfachen Fällen möglich ist [59]. Daher werden numerische Lösungsverfahren mit hoher Auflösung eingesetzt. Ein anderer Ansatz basiert auf der Analogie zwischen dem Temperaturfeld und dem elektrischen Strömungsfeld. Thermische Vorgänge sind mit elektrischen Netzwerken in diskretisierter Form simulierbar. Die Temperaturverteilung in einem Käfigläufer ist gut geeignet, um die Eigenschaften der Simulationsmethoden zu untersuchen. Der konstruktive Aufbau ist kompliziert genug, um als anspruchsvolles Beispiel für die Berechnung der Temperaturverteilung zu dienen. Andererseits gibt es einige konstruktive Symmetrien, die die Simulation eines Teilsegments und damit die Verwendung eines diskretisierten Simulationsmodells niedriger Auflösung ermöglichen.

Nach einem Vergleich der beiden Simulationsmethoden wird in diesem Kapitel beschrieben, wie einfache Simulationsmodelle mit dem zuvor beschriebenen Mehrgrößen-Parameterschätzverfahren erzeugt werden können. Um für verschiedene Untersuchungen ein flexibel handhabbares Referenzmodell zu haben, wurde in einem Zwischenschritt ein Finite-Elemente-Modell des Käfigläufers entwickelt und mit Herstellerdaten verifiziert. Die Bewertung der mit Hilfe der Parameterschätzung erzeugten einfachen Simulationsmodelle geschieht durch Vergleich der Ergebnisse des instationären Temperaturverlaufs mit dem Referenzmodell.

7.1 Analogie zwischen elektrischer und thermischer Simulation mit diskretisierten Simulationsmodellen

Das Temperaturfeld eines verteilten Körpers wird durch eine partielle Differentialgleichung beschrieben. Eine ähnliche Formulierung ist auch beim elektrischen Strömungsfeld möglich. Dort wird häufig das Feldproblem, das mit verteilten Parametern vorliegt, in eine diskretisierte Form überführt. Dies führt zu einfach lösbaren Vektor-Differentialgleichungen. Ausgehend von einem einfachen diskretisierten Temperaturproblem wird die zugehörige Darstellung durch ein elektrisches Netzwerk beschrieben. Dabei werden die Analogien zwischen den beteiligten Größen und der Aufbau der verwendeten Netzwerke deutlich.

Gegeben sei ein konzentrierter Körper mit der Wärmekapazität C_w und der Temperatur $\vartheta(t)$. Dieser Körper erwärmt sich aufgrund der zugeführten Wärmeleistung $P_{Zu}(t)$.

Bild 7.2a

Körper mit
konzentrierter
Wärmekapazität
und Wärmezufuhr

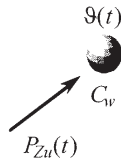
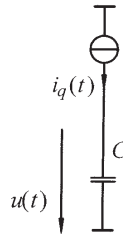


Bild 7.2b

Äquivalentes
elektrisches Netzwerk
(Wärmequellenetz)



Für den Verlauf der Temperatur bei gegebener Anfangstemperatur $\vartheta(0)$ gilt folgender Zusammenhang

$$\vartheta(t) = \frac{1}{C_w} \int_0^t P_{Zu}(t') dt' + \vartheta(0) . \quad (7.1)$$

Eine zu Bild 7.2a äquivalente elektrische Schaltung ist in Bild 7.2b dargestellt. Sie besteht aus einer Stromquelle, die eine elektrische Kapazität C mit dem Strom $i_q(t)$ auflädt. Solche äquivalenten elektrischen Netzwerke werden *Wärmequellenetze* genannt. Die Gleichung für die Kondensatorspannung $u(t)$ lautet bei gegebener Anfangsspannung $u(0)$

$$u(t) = \frac{1}{C} \int_0^t i_q(t') dt' + u(0) . \quad (7.2)$$

Durch eine Erweiterung des praktischen Beispiels kann die Konvektion, der Wärmeaustausch mit einem umgebenden Fluid, eingebracht werden. Dazu wird der konzentrierte Wärmewiderstand R_α eingeführt. Das Fluid habe die Temperatur ϑ_α , wie in Bild 7.3a zu sehen ist.

Bild 7.3a
Körper mit
Wärmezufuhr und
Konvektion

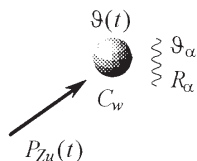
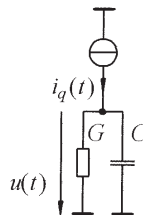


Bild 7.3b
Äquivalentes
Wärmequellennetz



Hierbei gilt für den Temperaturverlauf

$$\vartheta(t) = \frac{1}{C_w} \int_0^t P_{Zu}(t') dt' - \frac{1}{R_\alpha C_w} \int_0^t [\vartheta(t') - \vartheta_\alpha] dt' + \vartheta(0) . \quad (7.3)$$

Im elektrischen Wärmequellennetz wird ein zu R_α umgekehrt proportionaler elektrischer Leitwert G eingeführt. Im Rahmen dieser Arbeit wird zur Vereinfachung davon ausgegangen, daß Umgebungs- und Anfangstemperatur übereinstimmen und dem elektrischen Bezugspotential entsprechen. Die erweiterte Gleichung für die Kondensatorspannung $u(t)$ lautet nun

$$u(t) = \frac{1}{C} \int_0^t i_q(t') dt' - \frac{G}{C} \int_0^t u(t') dt' + u(0) . \quad (7.4)$$

Weitere thermische Phänomene sind Wärmeleitung und Wärmestrahlung. Letztere wird im Hinblick auf den Anwendungsfall, dessen Vereinfachungen in Abschnitt 7.2 beschrieben sind, nicht betrachtet. Wärmeleitung setzt die Existenz eines weiteren Körpers voraus. Zu diesem besteht eine wärmeleitende Verbindung, die gegenüber der Umgebung adiabatisch abgeschlossen sein soll. Sie weist den konzentrierten Wärmewiderstand R_λ auf. Eine entsprechende Anordnung zeigt Bild 7.4a.

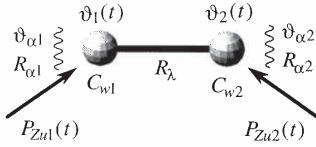


Bild 7.4a Thermischer Vorgang mit zwei Körpern, Konvektion und Wärmeleitung

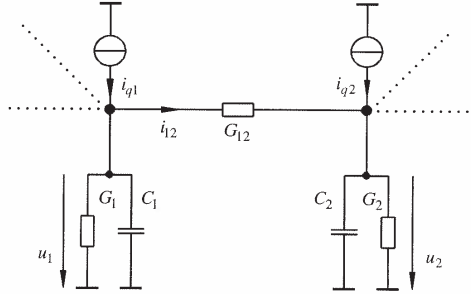


Bild 7.4b Äquivalentes Wärmequellennetz

Der Temperaturverlauf der beiden Körper folgt den Gleichungen:

$$\vartheta_1(t) = \frac{1}{C_{w1}} \int_0^t P_{Zu1}(t') dt' - \frac{1}{R_{\alpha1} C_{w1}} \int_0^t [\vartheta_1(t') - \vartheta_{\alpha1}] dt' - \frac{1}{R_{\lambda} C_{w1}} \int_0^t [\vartheta_1(t') - \vartheta_2(t')] dt' + \vartheta_1(0) \quad (7.5)$$

$$\vartheta_2(t) = \frac{1}{C_{w2}} \int_0^t P_{Zu2}(t') dt' - \frac{1}{R_{\alpha2} C_{w2}} \int_0^t [\vartheta_2(t') - \vartheta_{\alpha2}] dt' - \frac{1}{R_{\lambda} C_{w2}} \int_0^t [\vartheta_2(t') - \vartheta_1(t')] dt' + \vartheta_2(0) \quad (7.6)$$

Die Gleichungen für die Kondensatorspannungen im zugehörigen Wärmequellennetz in Bild 7.4b sehen ähnlich aus

$$u_1(t) = \frac{1}{C_1} \int_0^t i_{q1}(t') dt' - \frac{G_1}{C_1} \int_0^t u_1(t') dt' - \frac{G_{12}}{C_1} \int_0^t [u_1(t') - u_2(t')] dt' + u_1(0) \quad (7.7)$$

$$u_2(t) = \frac{1}{C_2} \int_0^t i_{q2}(t') dt' - \frac{G_2}{C_2} \int_0^t u_2(t') dt' - \frac{G_{12}}{C_2} \int_0^t [u_2(t') - u_1(t')] dt' + u_2(0). \quad (7.8)$$

Ein Vergleich der Gleichungen 7.5/6 und 7.7/8 macht deutlich, welche Größen zueinander analog sind:

Thermische Größe	Formelzeichen	Äquivalente, elektrische Größe	Formelzeichen
Wärmeleistung	$P_{Zu}(t)$	Strom einer Stromquelle	$i_q(t)$
Temperatur	$\vartheta(t)$	Spannung	$u(t)$
Wärmekapazität	C_w	Elektrische Kapazität	C
Wärmeleitwert aufgrund von Konvektion	G_α	Leitwert zum Bezugsknoten	G_x
Wärmeleitwert aufgrund von Wärmeleitung	G_λ	Leitwert zwischen zwei Knoten	G_{xy}

Tabelle 7.1 Analogie zwischen diskretisierten thermischen Vorgängen und elektrischen Netzwerken

Bild 7.4b entspricht dem Netzwerkausschnitt in Abschnitt 4.3. Eine Erweiterung auf eine beliebige Anzahl von Körpern, die untereinander und mit der Umgebung Wärme austauschen, ist leicht möglich. In [22] ist dargestellt, wie bei Kenntnis der geometrischen und physikalischen Parameter eines Käfigläufers ein Wärmequellennetz aufgestellt wird. Das zuvor beschriebene Schätzverfahren kann mit der Modellbildung aus Kapitel 4 zur automatischen Erzeugung von Wärmequellennetzen eingesetzt werden. Die dadurch gewonnenen Modelle müssen verifiziert werden, beispielsweise durch Messungen, Herstellerdaten oder ein geeignetes Referenzmodell. Als Referenz wurde ein Finite-Elemente-Modell der Temperaturverteilung im Läufer einer elektrischen Maschine entwickelt.

7.2 Finite-Elemente-Modell des Temperaturverhaltens eines Käfigläufers

Die Temperaturverteilung im Käfigläufer einer großen Asynchronmaschine wird als Beispiel zur Temperatursimulation verwendet. Die Maschine hat 11MW Nennleistung und ist in [22] ausführlich beschrieben. Es wurde ein Modell der Temperaturverteilung mit der Finite-Elemente-Methode (FEM) entwickelt. Dieses Verfahren hat sich zur numerischen Lösung partieller Differentialgleichungen bewährt. Der Aufbau eines Käfigläufers und die Reduktion auf den simulierten Maschinensektor werden in Bild 7.5 gezeigt.

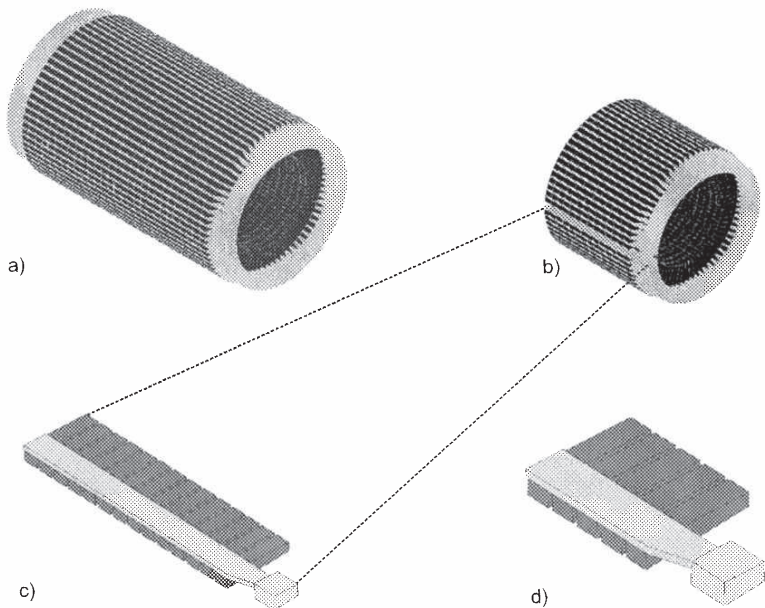


Bild 7.5 Aufbau des Rotors mit Käfigläufer und Reduktion auf den zu simulierenden Maschinensektor

Der in Bildteil a) hell eingefärbte Maschinenteil wird Käfig genannt. Er besteht aus in axialer Richtung verlaufenden Läuferstäben, die an beiden Enden durch Kurzschlußringe verbunden sind. Im Käfig findet der Hauptteil der Wärmeentwicklung statt. Der dunkel gefärbte Maschinenteil in Bildteil a) ist das Blechpaket, bestehend aus dem Jochring im Innern und dem Zahnbereich mit seinen eingestanzten Nuten, in die die Läuferstäbe

Innern und dem Zahnbereich mit seinen eingestanzten Nuten, in die die Läuferstäbe eingebettet sind. Das Blechpaket ist axial in 28 Teilblechpakete unterteilt, zwischen denen sich jeweils ein radialer Kühlschlitz befindet, durch die die im Innern des Jochringes eingeblasene Kühlluft den Rotor in Richtung Ständer durchströmt. Eine thermisch gut ausgelegte Maschine weist in axialer Richtung ein nahezu homogenes Temperaturprofil auf.

Die Bildteile b) bis d) in Bild 7.5 zeigen, daß aufgrund von Symmetrien die Simulation eines kleinen Sektors ausreicht, um Auskunft über die Temperaturverteilung im gesamten Innern der Maschine zu erlangen. Wegen der Axialsymmetrie des Läufers reicht es aus, eine Maschinenhälfte zu simulieren und das Ergebnis an der Symmetrieebene in der Mitte zu spiegeln ($a \mapsto b$). Die Läuferstäbe und der sie umgebende Teil des Blechpakets sind gleichmäßig auf dem Umfang verteilt. Da sich die Temperaturverteilung periodisch mit Maxima in den Läuferstäben wiederholt, ist die Simulation eines tortenstückförmig ausgeschnittenen Segmentes für ein vollständiges Temperaturendergebnis ausreichend ($b \mapsto c$). Schließlich zeigte sich, daß durch die in axialer Richtung gleichmäßige Temperaturverteilung ein äußeres Modell mit fünf Teilblechpaketen, einem kurzen freien Stabteil und dem Kurzschlußring ausreicht (Bildteil d).

Bei der Modellbildung wurden einige Randbedingungen vereinfacht dargestellt:

- Der Einfluß der Strahlung wurde nicht berücksichtigt.
(Die höchsten Oberflächentemperaturen liegen im Nennbetrieb bei 110°C und erreichen nur kurzzeitig Werte um 310°C. Die durch Strahlung ausgetauschte Wärmeenergie ist somit gegenüber den übrigen Anteilen zu vernachlässigen.)
- Die Veränderung der Kühllufttemperaturen im Durchgang durch die Maschine wurde einmalig für den Nennbetrieb ermittelt.
(Diese Kühllufttemperaturen wurden auch für den Hochlauf einer kalten Maschine verwendet. Eine Variation der entsprechenden Konvektionstemperaturen zeigte, daß der Wärmetransport im Hochlauf hauptsächlich aufgrund von Wärmeleitung stattfindet.)
- Im Blechpaket gibt es eine richtungsabhängige Wärmeleitfähigkeit, die auf die Schichtung der untereinander isolierten Bleche zurückzuführen ist. Sie wurde durch ein homogenes Material mit anisotropem Wärmeleitverhalten modelliert.
- Der Wärmekontakt zwischen Läuferstab und Blechpaket wird beeinflusst von der zufälligen Verteilung thermischer Kurzschlüsse und benachbarter, viel schlechter leitender Luftschichten. Eine Untersuchung des resultierenden Wärmeübergangs mit stochastischen Methoden [3] führte auf eine um 25% verminderte tangentielle Wärmeleitfähigkeit des Zahnbereichs.

Der beschriebene Maschinenbereich wurde mit 5600 Knoten und 3900 Elementen diskretisiert. Das verwendete Elementnetz zeigt Bild 7.6.

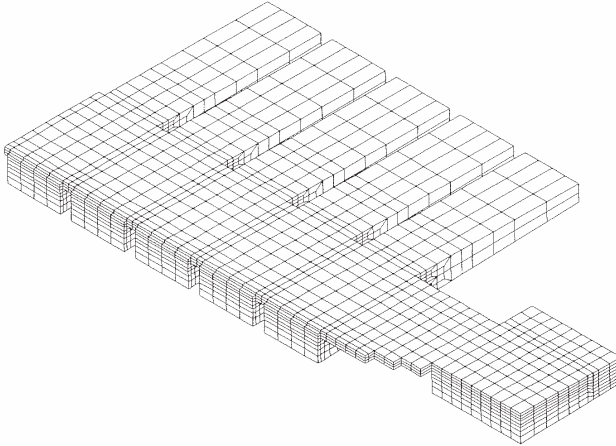


Bild 7.6 Diskretisierung des betrachteten Maschinenbereichs durch Finite Elemente

In Bild 7.7 ist die Temperaturverteilung unter Nennlast nach dem Ende aller Ausgleichsvorgänge zu sehen.

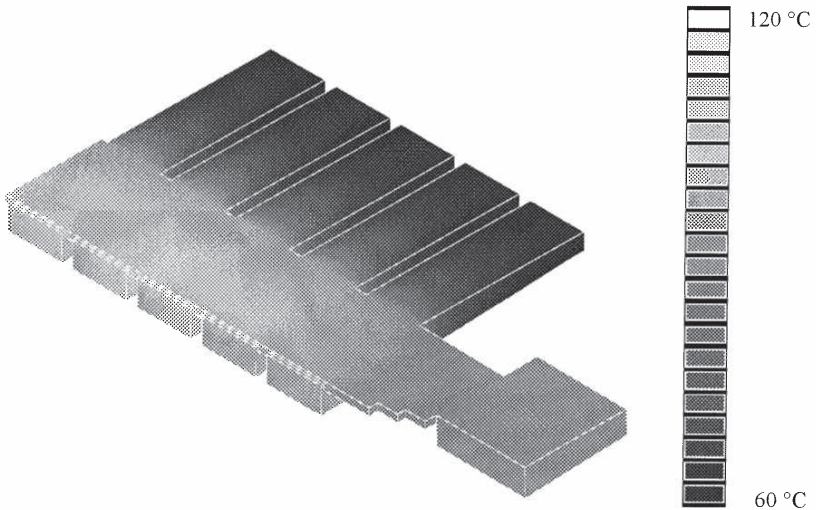


Bild 7.7 Stationäre Temperaturverteilung bei Nennlast

Der Stabbereich weist in den inneren drei Teilblechpaketen ein näherungsweise homogenes Temperaturniveau auf, daß in Richtung Kurzschlußring leicht abfällt. Die Maximaltemperatur tritt im Läuferstab auf und liegt bei ca. 115 °C.

Bei Drehzahlen im unteren Drehzahlbereich findet eine deutliche Stromverdrängung in Richtung Staboberkante statt. Zudem steigt auch der Stabstrom in diesem Bereich bis auf das Vierfache an [56]. Die aus der inhomogenen Stromdichte resultierende Verteilung der Wärmeleistungsdichte im Stab während eines Hochlaufs ist in Bild 7.8 dargestellt.

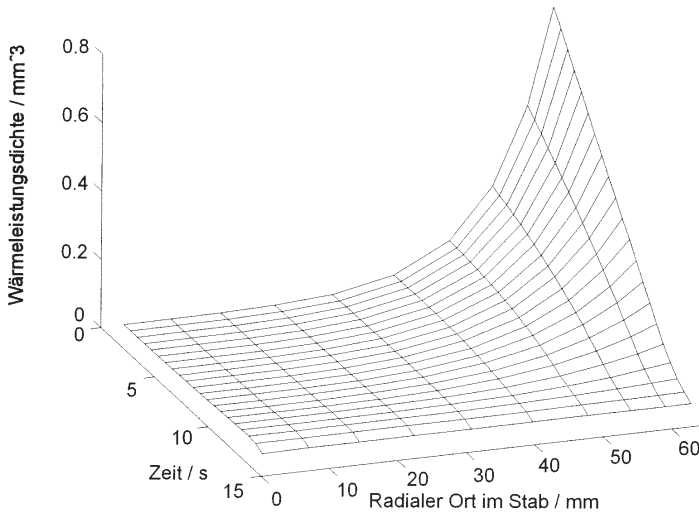


Bild 7.8 Wärmeleistungsdichte im Läuferstab während eines 13 Sekunden dauernden Hochlaufs

Beim Einschalten der Maschine fließt der Hauptteil des Stromes durch den oberen Teil des Läuferstabes (60 mm) und verursacht dort eine sehr hohe Wärmeleistungsdichte. Die Inhomogenität und der Gesamtstrom nehmen mit zunehmender Drehzahl ab. Nach 13 Sekunden ist die Nenndrehzahl erreicht, und die Wärmeleistungsdichte ist auf niedrigem Niveau homogen verteilt.

Bild 7.9 zeigt die Temperaturverteilung im Hochlauf, bei dem nach acht Sekunden die höchsten Temperaturen auftreten.

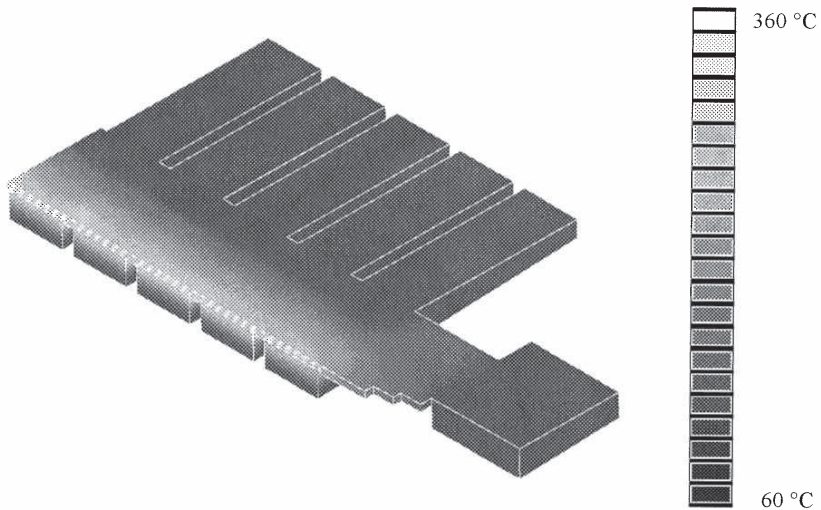


Bild 7.9 Instationäre Temperaturverteilung zum Zeitpunkt der maximalen Temperatur während eines Hochlaufs

Der Ort der höchsten Temperatur wird Heißpunkt genannt. Er liegt an der Oberfläche des Läuferstabs und erreicht eine Temperatur von ca. 310°C . Der untere Teil des Läuferstabs, der Kurzschlußring und besonders der Eisenbereich weisen weit niedrigere Temperaturen auf. Die entstehende Wärmeenergie verteilt sich durch Wärmeleitung innerhalb der Maschine und wird durch Konvektion abgeführt. Da das FE-Modell als Referenz für die später erzeugten Wärmequellennetze dienen soll, muß es hinsichtlich seiner Praxisrelevanz überprüft werden. Hierzu wird beispielhaft der Verlauf der Heißpunkttemperatur herangezogen.

Eine thermische Gefährdung von Käfigläufermaschinen liegt vor allem dann vor, wenn ein Wiedereinschalten erfolgt, bevor der thermische Ausgleich abgeschlossen ist. Dies wird durch die Simulation von zwei Einschaltvorgängen veranschaulicht, zwischen denen die Maschine 150 Sekunden abgeschaltet auslief. Diese Zeit des Temperatenausgleichs ist gegenüber den thermischen Zeitkonstanten der Maschine sehr klein, weshalb die maximale Heißpunkttemperatur des zweiten Hochlaufs bis zu 25K über der des ersten liegt. Bild 7.10 zeigt den Heißpunkttemperaturverlauf bei zwei Maschinenhochläufen unter Nennlast.

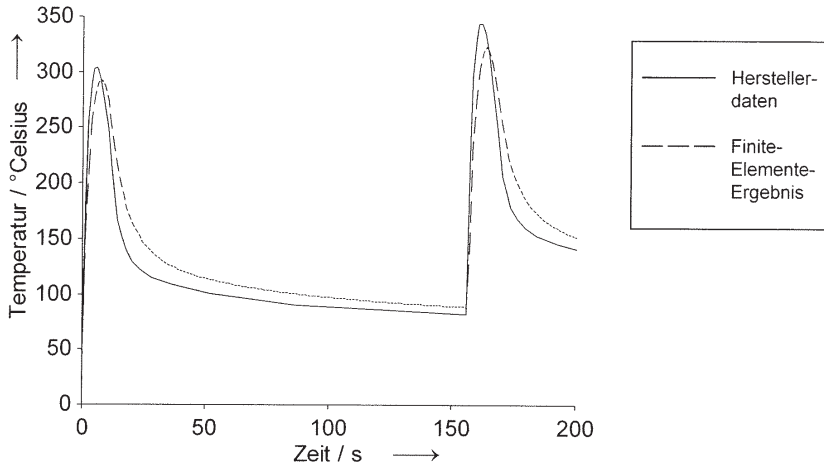


Bild 7.10 Vergleich zwischen FE-Ergebnis und Herstellerwerten des Heißpunkttemperaturverlaufs

Das Ergebnis des Finite-Elemente-Modells wurde im Heißpunkt mit Herstellerwerten, die über mehrere Maschinen gemittelt wurden, überprüft. Der Vergleich der Ergebnisse in Bild 7.10 zeigt, daß eine gute Genauigkeit erreicht werden kann. Zwar wird die Heißpunkttemperatur zu niedrig ermittelt, dieser Fehler ist jedoch systematisch und kann leicht berücksichtigt werden.

Die Temperaturverteilung im komplizierten Inneren der Maschine wird in hoher Auflösung dargestellt. Dadurch gibt das FE-Modell einen Einblick in die Inhomogenitäten, die sich in der Temperaturverteilung einstellen und erleichtert eine thermisch optimale Auslegung. Ein einmal erstelltes Modell kann mit wenigen Änderungen an andere Maschinen gleichen Bautyps angepaßt werden, wobei ähnliche Simulationsfehler zu erwarten sind.

Die Entwicklung des FE-Modells erfolgte unter Verwendung des FEM-Programmpakets ANSYS auf Unix-Workstations. Der Rechenzeitbedarf auf einer Workstation beträgt ca. vier Minuten je Zeitschritt. Davon entfallen 60% auf die Simulation und 40% auf die Nachverarbeitung. Für die Simulation in Bild 7.10 wurden 150 Zeitschritte benötigt.

Trotz der positiven Eigenschaften bezüglich Genauigkeit und Auflösung ist die aufwendige Entwicklung und Berechnung eines FE-Modells nicht in jedem Fall gerechtfertigt. Für die Simulation unter Echtzeitbedingungen, wie sie z.B. bei der Betriebsüberwachung von elektrischen Maschinen vorliegen, kommt ein FE-Modell nicht in Frage. Daher ist den einfach zu simulierenden Wärmequellennetzen weiterhin eine große Bedeutung zuzumessen.

7.3 Temperatursimulation eines Käfigläufers mit einfachen Wärmequellennetzen

In diesem Abschnitt werden Wärmequellennetze für die Temperatursimulation im betrachteten Käfigläufer beschrieben. Im stationären Betrieb herrscht im Läuferstab eine relativ homogene Temperaturverteilung, die es erlaubt, ihn in einem Knoten zusammenzufassen. Da die Teilblechpakete wegen der axial homogenen Temperaturverteilung ein ähnliches Temperaturprofil aufweisen, werden sie in einem Knoten für den Zahn- bzw. den Jochbereich zusammengefaßt. Der freie Stabteil zwischen Ring und Läuferstab ist durch Konvektion gut gekühlt und wird daher getrennt modelliert. Der Kurzschlußring bildet einen fünften Knoten. In Bild 7.11 ist zu sehen, welche Bereiche des Maschinensektors jeweils zu einem Knoten zusammengefaßt sind.

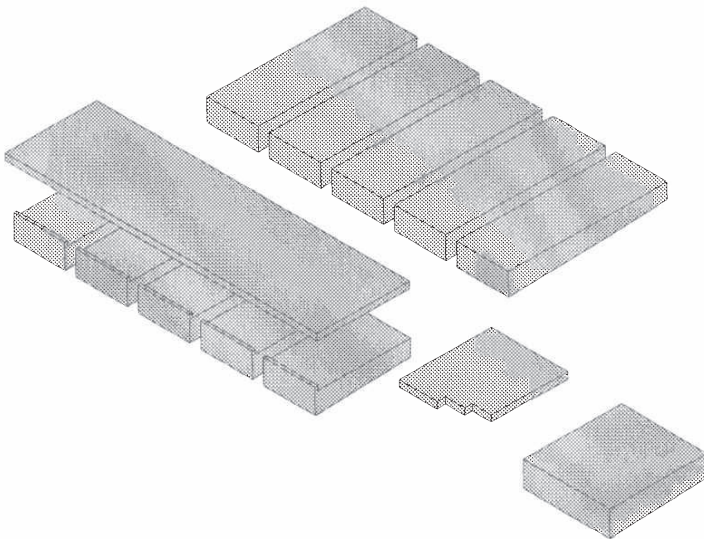


Bild 7.11 Durch fünf Knoten repräsentierte Teilbereiche des Käfigläufersegments

Zur Erstellung eines Wärmequellennetzes müssen die in den diskretisierten Bereichen auftretenden Wärmeleistungsdichten integriert und durch Stromquellen dargestellt werden. Die durchschnittliche Temperatur eines Bereiches entspricht nach Abschnitt 7.1 der Kondensatorspannung des betrachteten Knotens. Das aus Bild 7.11 hervorgehende Wärmequellennetz ist in Bild 7.12 dargestellt.

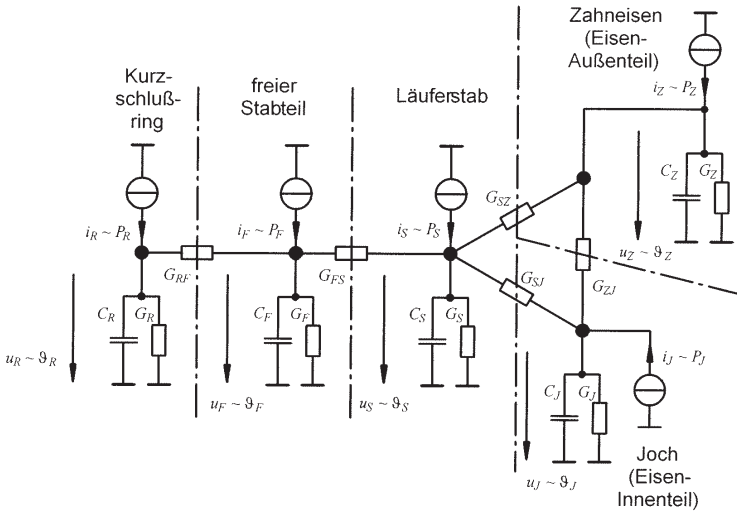


Bild 7.12 Wärmequellennetz mit fünf Knoten für die Temperatursimulation im stationären Betrieb

Bei der optimalen Konfiguration des WQN kommt der richtigen Wahl der Parameter (G und C) entscheidende Bedeutung zu. Üblicherweise werden sie aus Material- und Geometriedaten berechnet und anhand von Messungen korrigiert. Bei diesem meßwertgestützten Vorgehen können vier Hauptfehlerursachen unterschieden werden:

- Die Messung von Temperaturverteilungen ist aufgrund der erforderlichen großen Anzahl von Meßstellen sehr aufwendig.
- Wegen der Exemplarstreuung sind Meßergebnisse nur bedingt auf andere Maschinen gleicher Bauart übertragbar.
- Das WQN enthält einen Diskretisierungsfehler durch den Übergang vom verteilten Körper auf einen konzentrierten Knoten. Ein solcher Diskretisierungsfehler läßt sich jedoch analytisch oder meßtechnisch nur schwer bestimmen.

Die Entwicklung von Wärmequellennetzen auf konventionelle Weise erfordert große Erfahrung mit den zu simulierenden Maschinen und den wegen der Diskretisierung erforderlichen Korrekturfaktoren. Daher wird im folgenden dargestellt, wie die Ergebnisse eines instationären FE-Modells durch Mehrgrößen-Parameterschätzung zur Erzeugung eines einfachen Wärmequellennetzes verwendet werden können.

Stehen die integrierten Leistungsdichten und die Durchschnittstemperaturen der diskretisierten Bereiche zur Verfügung, so können sie als Ein- und Ausgangssignale für ein noch unbekanntes Wärmequellennetz aufgefaßt werden. Diese Signale werden in dem zuvor beschriebenen Mehrgrößen-Parameterschätzverfahren verarbeitet. Das Verfahren liefert Parametervektoren, die nach der Modellbildung in Kapitel 4 die unbekanntenen Leitwerte und Kapazitäten des Wärmequellennetzes enthalten.

Das beschriebene Vorgehen wird auf das in Bild 7.12 dargestellte WQN angewendet. Das mit den geschätzten Parametern erzeugte Simulationsmodell liefert einen Heißpunkttemperaturverlauf, der in Bild 7.13 dargestellt ist.

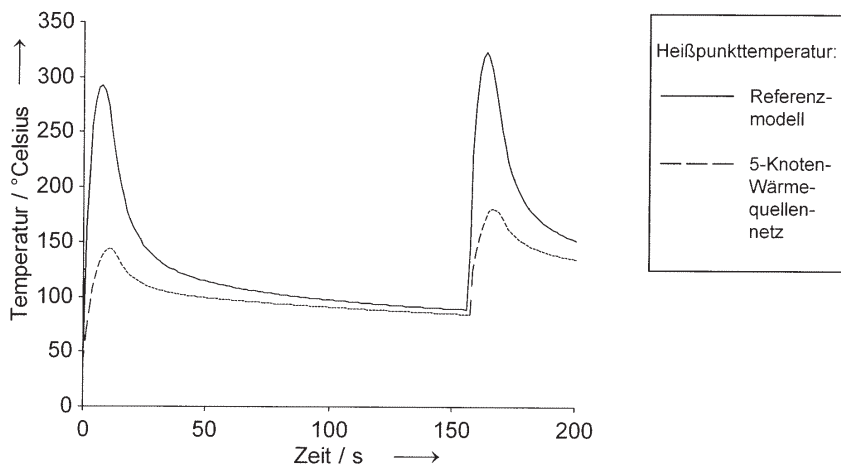


Bild 7.13 Ergebnis des Wärmequellennetzes mit fünf Knoten bei instationärer Temperatursimulation

In diesem Fall ist der Signalfehler sehr groß. Die Heißpunkttemperatur wird wegen der Mittelung über den gesamten Läuferstab zu klein ermittelt. Selbstverständlich würde ein Fünfknotenmodell im stationären Betrieb bessere Ergebnisse liefern, eine nennenswerte Anregung ist aber nur im instationären Fall zu erwarten, denn Gleichsignale sind zur Parameterschätzung dynamischer Systeme ungeeignet. Dem Diskretisierungsfehler im Läuferstab kann begegnet werden, indem der Stab durch mehrere radiale Schichten mit unterschiedlichen Wärmeleistungsdichten und Durchschnittstemperaturen modelliert wird. Ein Beispiel für ein Wärmequellennetz mit Berücksichtigung der Stromverdrängung im instationären Fall zeigt Bild 7.14.

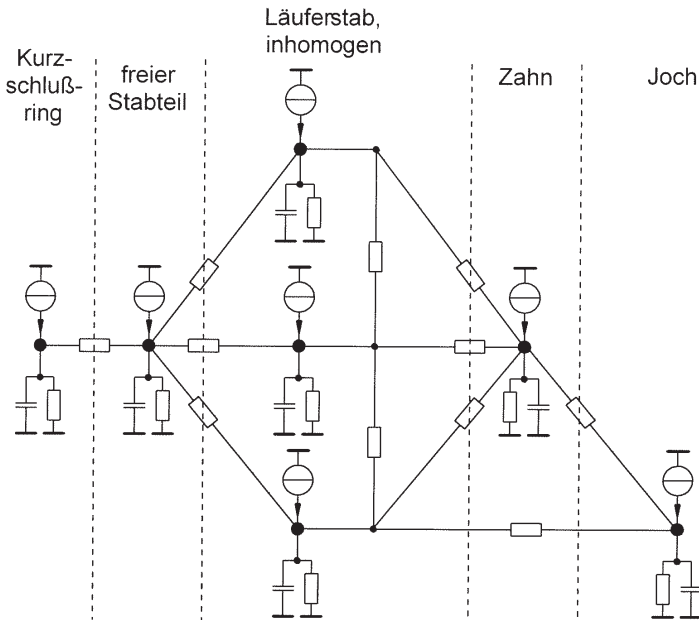


Bild 7.14 Wärmequellennetz mit sieben Knoten und Berücksichtigung der Stromverdrängung

Die Heißpunkttemperatur des Modells mit sieben Knoten im Vergleich zum FE-Modell-Ergebnis zeigt Bild 7.15.

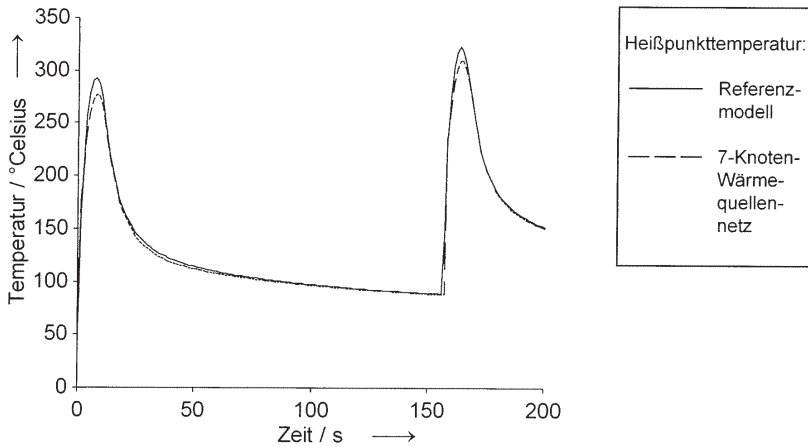


Bild 7.15 Heißpunkttemperaturverlauf als Ergebnis des Wärmequellennetzes mit sieben Knoten

Die Abweichungen sind erheblich kleiner geworden. Der Kurvenverlauf wird sehr gut wiedergegeben. Eine weitere Erhöhung der räumlichen Auflösung (feinere Diskretisierung des Läuferstabs und des Zahnbereichs) führt zu einem Zehnknottenmodell, daß die Verteilung der Temperatur besser wiedergibt. Der Läuferstab wird dabei durch vier Knoten dargestellt. Im Zahnbereich tritt in der Nähe der Läuferoberfläche eine erhöhte Wärmeleistungsdichte auf. Die Ursache sind Pulsationsverluste, die durch das intermittierende Feld in der Nähe des Ständers verursacht werden [48]. Diese Verluste führen zu einem nennenswerten Temperaturgradienten und machen die Unterteilung des Zahnbereichs in drei Teile sinnvoll. Das Wärmequellennetz mit zehn Knoten zeigt Bild 7.16.

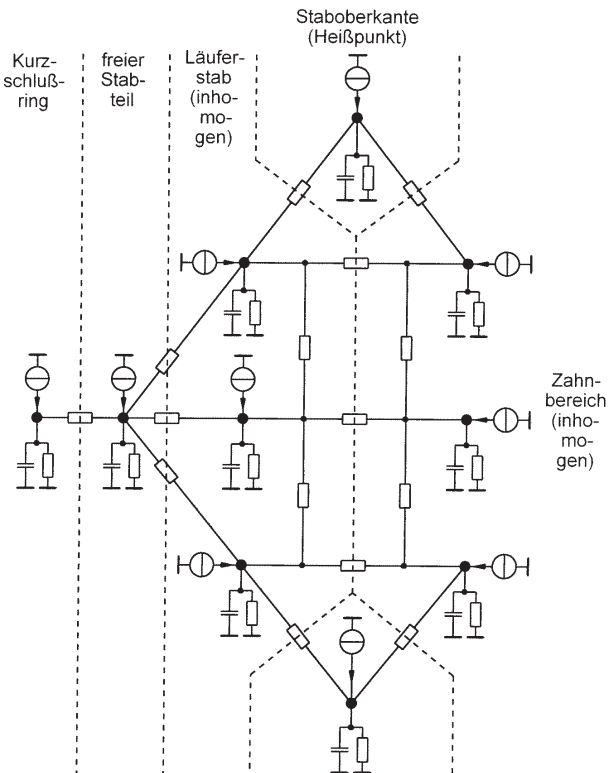


Bild 7.16 Wärmequellennetz mit zehn Knoten und Berücksichtigung von Stromverdrängung und Oberflächen-Eisenverlusten

Das Ergebnis für den Heißpunkttemperaturverlauf ist in Bild 7.17 zu sehen.

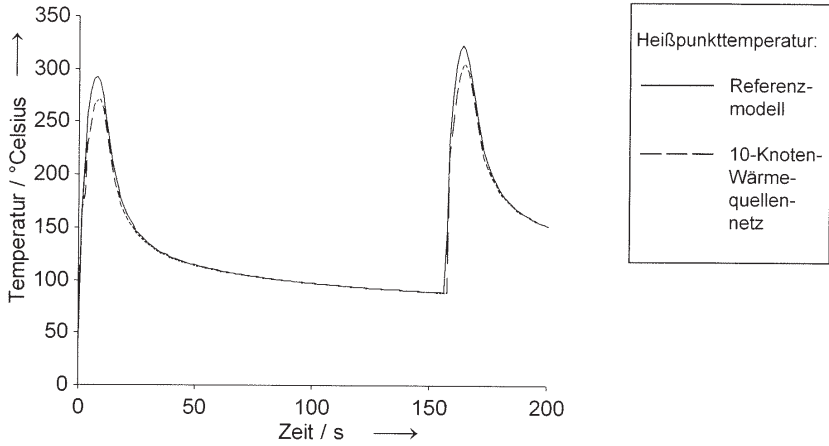


Bild 7.17 Heißpunkttemperaturverlauf als Ergebnis des Wärmequellenetzes mit zehn Knoten

Durch eine weitere Erhöhung der Knotenzahl läßt sich das Ergebnis nicht mehr verbessern. Die Abweichungen der Ergebnisse der drei Wärmequellenetze unterschiedlicher Knotenzahl vom Ergebnis des FE-Referenzmodells sind in Bild 7.18 dargestellt.

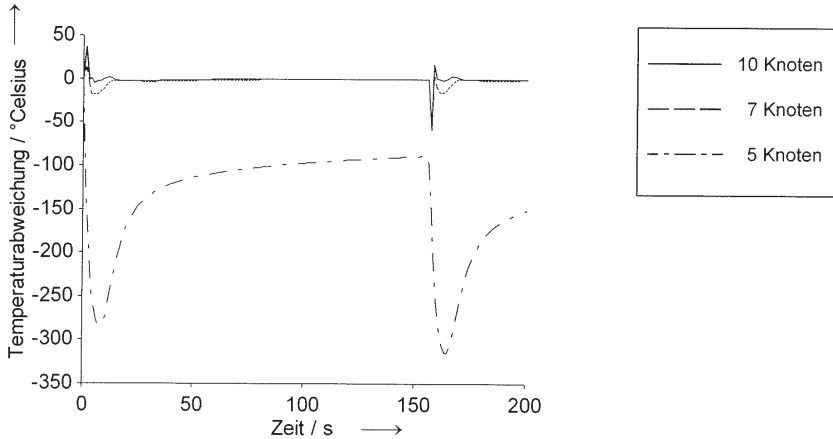


Bild 7.18 Abweichungen des simulierten Heißpunkttemperaturverlaufs vom FE-Ergebnis bei Wärmequellenetzen mit fünf, sieben und zehn Knoten

Die Genauigkeit des Siebenknotenmodells wird für die meisten Anwendungsfälle ausreichen. Das Zehnknotenmodell ermöglicht eine bessere Auflösung der Temperaturverteilung. Die Fehler, die aus dem Einsatz des Parameterschätzverfahrens resultieren, sind bei sieben und zehn Knoten gegenüber den Fehlern des FE-Modells gering. Daher wurde auf eine weitere Verringerung des Modellfehlers z.B. durch optimierte Testsignale oder Einbringen von À-Priori-Wissen verzichtet. Bei allen Schätzungen wurden 500 Zeitschritte des FE-Modells bei einer Abtastzeit von 1,3 Sekunden verarbeitet. Die direkte Verwendung der Herstellerdaten für die Schätzung war nicht möglich, da diese nicht äquidistant vorlagen, und bei Interpolation der Fehlereinfluß des Interpolationsverfahrens zu groß war. Prinzipiell ist es aber möglich, anstelle der FE-Ergebnisse andere äquidistant vorliegende Daten zu verwenden.

7.4 Fehlerursachen beim Temperaturmodell eines Käfigläufers

In diesem Abschnitt wird gezeigt, welche zusätzlichen Fehlerursachen über die Vereinfachungen in Abschnitt 7.2 hinaus beim Anwendungsbeispiel des Käfigläufers berücksichtigt werden müssen.

7.4.1 Nichtlinearität zwischen Ein- und Ausgangsgrößen

Die beschriebenen Verfahren zur Parameterschätzung setzen voraus, daß zwischen Ein- und Ausgangssignalen ein linearer Zusammenhang besteht. Es gibt zwar Modellansätze für nichtlineare Systemen, die bei bestimmten Problemklassen Lösungen auf der Basis der bekannten Schätzverfahren für lineare Systeme ermöglichen [28]. Beim betrachteten Anwendungsbeispiel zeigt sich jedoch, daß die nichtlineare Modellbildung ohne größeren Fehler vermieden werden kann, wenn die Eingangssignale des thermischen Systems über eine Korrektur der Eingangsgrößen des realen Systems bestimmt werden. Beim Käfigläufer sind die meßtechnisch erfaßbaren Ein/Ausgangssignale der Klemmenstrom und die Temperatur. Der Teilstrom in einem bestimmten Maschinenteil läßt sich aus dem Klemmenstrom (Gesamtstrom) und den Konstruktionsdaten der Maschine theoretisch eindeutig ableiten.

Der Zusammenhang zwischen dem Eingangssignal, dem Stabstrom I_{St} , und dem Ausgangssignal, der Stabtemperatur ϑ_{St} wird für den Läuferstab beispielhaft dargestellt

$$\begin{array}{ccc} \text{Stabstrom} & & \text{Stabtemperatur} \\ I_{St} \Rightarrow I_{St}^2 \Rightarrow \cdot R_{St}(\vartheta_{St}) \Rightarrow P(I_{St}, \vartheta_{St}) & \xrightarrow{\text{Integration}} & \vartheta_{St} \end{array} \quad (7.9)$$

Der Stabwiderstand R_{St} ist ein Parameter des Systems, der von der Ausgangsgröße ϑ_{St} abhängt. Es entsteht der Anschein, diese Rückkopplung würde eine Nichtlinearität zur Folge haben und ein iteratives Vorgehen bei der späteren Simulation erfordern. Da aber für die Parameterschätzung die Temperatur des Läuferstabes bekannt sein muß, d.h. experimentell bestimmt wird, läßt sich die Eingangsgröße des thermischen Systems, die Verlustleistung

$$P_{St} = I_{St}^2 \cdot R_{St}(\vartheta_{St}) \quad (7.10)$$

aus der bekannten Eingangsgröße und dem mit der Ausgangsgröße Stabtemperatur korrigierten Parameter Stabwiderstand bestimmen. Dazu muß lediglich die Abhängigkeit des Stabwiderstandes R_{St} von der Temperatur bekannt sein. Es gibt eine Reihe von Anwendungen, bei denen eine temperaturabhängige Verlusteinspeisung gegeben und somit eine Korrektur auf der Basis bekannter Temperaturwerte und Materialeigenschaften möglich ist.

Ein weiteres Beispiel für nichtlineare Vorgänge stellen die Eigenschaften des Kühlmediums dar. Zu ihrer Erfassung müßten die strömungstechnischen Zusammenhänge unter Berücksichtigung der temperaturabhängigen Massen- und Volumenströme und der Lüfterkennwerte erfaßt werden.

Der Arbeitspunkt der elektrischen Maschine hat erheblichen Einfluß auf die Parametrierung der Wärmequellenetze. Zwischen Synchronismus, Leerlauf und Nennlast sind die Drehzahlabweichungen nur gering. Daher kann für diese Arbeitspunkte mit einem unkorrigierten Modell gearbeitet werden. Bei Drehzahlen unterhalb der Nenndrehzahl, insbesondere im Stillstand, ändern sich die thermodynamischen Parameter jedoch erheblich. In [22] ist gezeigt, wie die resultierenden zeitvarianten Konvektionszahlen in die Simulation eingebracht werden können. Da im Stillstand die genannten Parameter einer größeren Unsicherheit unterliegen, ist der meßwertgestützten Simulation in längeren Phasen mit veränderten Kühlbedingungen große Bedeutung zuzumessen.

7.4.2 Diskretisierung beim Übergang von verteilten auf konzentrierte Parameter

Die Zusammenfassung der räumlich verteilten Feldgrößen in einem Knoten führt zu einem Diskretisierungsfehler. Dieser hat ähnlichen Charakter wie der Abtastvorgang bei der Umsetzung zeitkontinuierlicher Signale, wobei die örtliche Diskretisierung in drei Dimensionen stattfindet. Bei der zeitlichen Diskretisierung durfte sich das Signal innerhalb des abgetasteten Zeitabschnitts nur wenig ändern, um einen möglichst geringen Diskretisierungsfehler zu erreichen. Auf die örtliche Diskretisierung übertragen lautet die Forderung, die betrachtete Feldgröße möge innerhalb des diskretisierten Bereiches möglichst homogen verteilt sein, damit die Abweichungen vom Mittelwert gering sind. Daraus ergeben sich Forderungen an die Gestaltung der diskretisierten Bereiche bzw. an die Anzahl und Verteilung der Knoten, die den zu diskretisierenden Körper nachbilden. Das FE-Modell kann durch seine hohe Auflösung Hinweise darauf geben, in welchen Gebieten eine weitere Unterteilung sinnvoll ist. Dies kann auf der Basis der Temperaturverteilung intuitiv geschehen, wie dies in Abschnitt 7.3 beispielhaft durchgeführt wurde. Der Vorgang ließe sich automatisieren, wenn aus dem Ergebnis der einzelnen Finiten Elemente ein vergleichendes Maß für die Homogenität der Temperaturverteilung abgeleitet würde. Der Bereich mit dem inhomogensten Feldgrößenverlauf wäre ein Kandidat für eine feinere Vermaschung.

Die Betrachtung des Gradienten der Temperaturverteilung und der zeitlichen Änderung der Signale macht deutlich, daß die Inhomogenität, die sich im örtlichen Diskretisierungsfehler äußert, weit größer ist als die durch den zeitlichen Abtastvorgang.

7.4.3 Gestörte Ein- oder Ausgangssignale

In Kapitel 6 wurde die Störimpfindlichkeit des Parameterschätzverfahrens ermittelt. Im vorliegenden Anwendungsfall sind die Temperaturen die Ausgangssignale. Wegen der Störimpfindlichkeit am Ausgang können sich daher Meßstörungen bei der Temperaturerfassung bemerkbar machen. Der Einfluß dieser Meßstörungen läßt sich durch Filterung leicht unterdrücken, da die Nutzsignale in einem sehr niedrigen Frequenzbereich liegen.

7.4.4 Unvollständige Datenbasis

Die beschriebenen Verfahren zur Parameterschätzung setzen voraus, daß die Ein- und Ausgangssignale vollständig beobachtbar sind. Lücken in Signalen können zwar durch Interpolation gefüllt werden, der Interpolationsansatz führt aber zu einem deutlichen Zusatzfehler. Die Forderung nach vollständig beobachtbaren Temperaturen ist nur im Prüffeld oder innerhalb eines FE-Modells realisierbar. Bei der vorliegenden Modellbildung kann das Fehlen eines Temperatursignals kompensiert werden, wenn die Werte der an diesem Knoten angeschlossenen Schaltelemente als Vorwissen bekannt sind. Ist dies nicht der Fall, so muß ein Modell mit einer reduzierten Knotenzahl erzeugt werden. Prinzipiell kann ohne Vorwissen die Anzahl der Knoten der zur Verfügung stehenden Temperatursignale nicht übersteigen.

In [22] ist gezeigt, daß wegen der räumlichen Entkoppelung der axialen und radialen Temperaturverteilung bei wenigen oder nur einer Meßstelle Simulationen mit größerer Auflösung möglich sind, wenn Vorwissen über die thermodynamischen Zusammenhänge zur Verfügung steht. Außerdem ist dargestellt, daß die beschriebenen Wärmequellennetze auch bei geringer Rechenleistung eine Temperatursimulation in Echtzeit ermöglichen.

8 Zusammenfassung

In der vorliegenden Arbeit wurde ein Verfahren zur Extraktion konzentrierter Parameter unbekannter Mehrgrößenübertragungssysteme aus beobachteten Ein- und Ausgangssignalen vorgestellt. Für solche Mehrgrößensysteme existieren Parameterschätzverfahren, die die mathematischen Parameter der Systemmatrix ermitteln.

Passive elektrische Netzwerke sind eine weit verbreitete Realisierung solcher Mehrgrößensysteme. Die elektrischen Parameter des Netzwerks spiegeln sich dabei in den Elementen der Systemmatrix des Systems wider. In dieser Arbeit ist ein Verfahren entwickelt worden, das die Bestimmung von Ersatzmodellen und einzelnen Parameterwerten eines linearen passiven elektrischen Netzwerkes durch Anwendung der Mehrgrößenparameterschätzung ermöglicht. Dazu entstand eine Modellbildung mit eindeutiger Zuordnung zwischen den Elementen der Systemmatrix und den Werten der einzelnen Schaltelemente. Beispielhaft werden Netzwerke mit Leitwerten und Kapazitäten untersucht. Die Eingangssignale werden durch eingespeiste Ströme dargestellt, deren Verlauf bekannt ist. Die Ausgangssignale sind Knotenspannungen, die ebenfalls als beobachtbar vorausgesetzt werden.

Unter ausschließlicher Kenntnis dieser Ein- und Ausgangssignale ist die Ermittlung eines Ersatzmodells mit gutem Zeitverhalten möglich. Ist eine topologische Struktur des unbekanntes Netzwerkes gegeben, so können die Werte aller Schaltelemente näherungsweise bestimmt werden. Die dazu erforderlichen Voraussetzungen und einzuhaltenden Randbedingungen wurden mit ihrem Einfluß auf den Schätzerfolg dargestellt.

Weitere prinzipielle oder verfahrensbedingte Einschränkungen des Verfahrens bei der Analyse einzelner Schaltelementwerte und bei der Gewinnung von Modellen mit übereinstimmendem Zeitverhalten sind diskutiert worden.

Die verwendete Modellbildung ist beschränkt auf eine Teilmenge der linearen passiven elektrischen Netzwerke, kann aber leicht auf gemischte Energiespeicher, wie sie bei schwingfähigen Netzwerken vorhanden sind, erweitert werden.

Dazu muß die Differentialgleichung des Spulenstroms integriert werden, um sie mit der beobachteten Zustandsgröße Knotenspannung darstellen zu können. Ebenso kann durch Berücksichtigung höherer Modellordnungen der Einsatzbereich des Verfahrens weiter ausgedehnt werden.

Die Berücksichtigung von vorab bekannten Parametern kann die Schätzung verbessern. Dieses Vorwissen kann sich auch auf Wertebereiche oder Relationen zwischen Parametern beziehen. Die dazu nötigen Erweiterungen des Schätzverfahrens wurden durchgeführt und das Ergebnis verifiziert.

Die Anwendung des Verfahrens zur Erzeugung von Simulationsmodellen für die Temperaturverteilung in Käfigläufern elektrischer Maschinen wurde beschrieben. Dabei zeigte sich, daß trotz des Fehlereinflusses der örtlichen Diskretisierung eine Gewinnung realistischer Simulationsmodelle auch bei eingeschränkter Datenmenge und suboptimal erfüllten Randbedingungen möglich ist.

Für die zugehörigen experimentellen Untersuchungen wurde ein Referenzmodell auf Basis der Finite-Elemente-Methode entwickelt. Es zeichnet sich durch eine gute Reproduzierbarkeit der Ergebnisse und eine hohe Auflösung der Temperaturverteilung aus. Dadurch können wertvolle Hinweise auf eine sinnvolle örtliche Diskretisierung des untersuchten Käfigläufers gewonnen werden.

Das Verfahren ist zur Analyse unbekannter elektrischer Netzwerke und zur Erzeugung realistischer Modelle für die Durchführung von Temperatursimulationen geeignet.

Literaturverzeichnis

- [1] Allkämper, C.: *Parameterextraktion an einem thermischen Mehrgrößenprozeß*. Hannover, Universität, Fachbereich Elektrotechnik, Studienarbeit, 1991, unveröffentlicht
- [2] Arlt, H.; von Streitberg, A.: *Erfahrungen aus Schäden an Hochspannungsmotoren*. In: *Der Maschinenschaden*, Fachzeitschrift für Risikotechnologie 65 (1992), Nr. 3, S. 77-85
- [3] Arz, R.: *Der Wärmewiderstand einer Grenzschicht mit stochastisch verteiltem Abstand zwischen isotropem und anisotropem Wärmeleiter*. Hannover, Universität, Fachbereich Elektrotechnik, Studienarbeit, 1990, unveröffentlicht
- [4] Åström, K. J.: *Maximum Likelihood and Prediction Error Methods*. In: *Automatica* 16 (1980), S. 551-574
- [5] Bach, G.: *Über die Erwärmung des n-Körper-Systems*. In: *Archiv für Elektrotechnik* XXVII (1933), Band 11
- [6] Bronstein, I. N.; Semendjajew, K. A.: *Taschenbuch der Mathematik*. Leipzig : Teubner, 1981
- [7] Büssing, W.: *Vereinfachte Berechnung elektrischer Maschinen*. In: *Archiv für Elektrotechnik* XXXIV (1940), S. 473-480
- [8] Engeln-Müllges, G.; Reutter, F.: *Formelsammlung zur numerischen Mathematik mit Turbo-Pascal-Programmen*. 2. Aufl. Mannheim : BI Wissenschaftsverlag, 1987
- [9] Föllinger, O.: *Lineare Abtastsysteme*. 2. Aufl. München : Oldenbourg, 1982
- [10] Freund, E.: *Regelungssysteme im Zustandsraum I*. München : Oldenbourg, 1982

- [11] Frohne, H.; Ueckert, E.: *Grundlagen der elektrischen Meßtechnik*. Stuttgart : Teubner, 1984
- [12] Gerdes, W.: *Entwicklung eines für die Parameterschätzung von Mehrgrößen-Simulationsmodellen optimalen Testsignalsatzes*. Hannover, Universität, Fachbereich Elektrotechnik, Diplomarbeit, 1994, unveröffentlicht
- [13] Gerth, W.: *Zur Identifikation und Minimalrealisierung von Mehrgrößenübertragungssystemen durch Markovparameter*. Hannover, Universität, Fakultät für Maschinenwesen, Dissertation, 1972
- [14] Gerth, W.: *Identifikation und Regelung gestörter Systeme*. Vorlesung an der Universität Hannover, Vorlesungsmitschrift, 1990, unveröffentlicht
- [15] Gerth, W.: *Mehrgrößenregelung*. Vorlesung an der Universität Hannover, Vorlesungsmitschrift, 1990, unveröffentlicht
- [16] Griffith, J.W.; McCoy, R. M.; Sharma, D. K.: *Induction Motor Squirrel Cage Rotor Winding Thermal Analysis*. In: IEEE Transactions on Energy Conversion EC-1 (1986), Nr. 3, S. 22-25
- [17] Guillaume, P.: *Identification of Multi-Input Multi-Output Systems using Frequency-Domain Models*. Brüssel, Vrije Universiteit, Fakulteit der Toegepaste Wetenschappen, Dissertation, 1992
- [18] Hak, J.: *Die inneren axialen Wärmewiderstände einer elektrischen Maschine*. In: Archiv für Elektrotechnik XLII (1956), S. 58-76
- [19] Hak, J.: *Lösung eines Wärmequellen-Netzes mit Berücksichtigung der Kühlströme*. In: Archiv für Elektrotechnik XLII (1956), S. 137-149
- [20] Hak, J.: *Zwei Ergänzungen zur Wärmequellen-Netzmethod*. In: Archiv für Elektrotechnik XLV (1960), S. 407-417
- [21] Hareks, G.: *Determination of Time Constants with Regression Equations*. In: European Transactions on Electrical Power Engineering (1992), Vol. 2, Nr. 1
- [22] Harriehausen, T.: *Meßwertgestützte Simulation der Temperaturverteilung in axial segmentierten Walzen*. Fortschritts-Berichte des VDI, Reihe 21, Nr. 126, Düsseldorf : VDI-Verlag, 1992

- [23] Hatziathanassiou, V.; Xypteras, J.; Archontoulakis, G.: *Electric-thermal coupled calculation of an asynchronous machine*. In: Archiv für Elektrotechnik (1994), S. 117-122
- [24] Hempel, O.: *Verfahren zur Extraktion von Parametern eines Mehrgrößenprozesses durch Zustandsfilterung*. Hannover, Universität, Fachbereich Elektrotechnik, Diplomarbeit, 1992, unveröffentlicht
- [25] Hofer, E. E. E.; Nielinger, H.: *SPICE - Analyseprogramm für elektronische Schaltungen*. Berlin : Springer, 1985
- [26] Isermann, R. *Digitale Regelsysteme II*. München : Springer, 1987
- [27] Isermann, R.: *Identifikation dynamischer Systeme I*. München : Springer, 1988
- [28] Isermann, R. : *Identifikation dynamischer Systeme II*. München : Springer, 1988
- [29] Johnson, C.: *Numerical Solutions of partial differential equations by the Finite Element Method*. Cambridge, N.Y. : Cambridge University Press, 1987
- [30] Jordan, H.; Weis, M.: *Asynchronmaschinen*. Braunschweig : Vieweg, 1968
- [31] Kalaba, R.; Spingarn, K.: *Control, Identification and Input Optimization*. In: Mathematical Concepts and Methods in Science and Engineering 25 (1982), New York, N.Y. : Plenum Press
- [32] Kardestuncer, H.: *Finite Element Handbook*. New York, N.Y. : McGrawHill, 1987
- [33] Kessler, A.: *Versuch einer genaueren Vorausberechnung des zeitlichen Erwärmungsverlaufes elektrischer Maschinen mittels Wärmquellennetzen*. In: Archiv für Elektrotechnik XLV (1960), S. 59-67
- [34] Koopmann, R.: *Parameterschätzung bei a priori Information*. Studien zur angewandten Wirtschaftsforschung und Statistik aus dem Institut für Statistik und Ökonometrie der Universität Hamburg, Göttingen : Vandenhoeck & Ruprecht, 1982
- [35] Kreyszig, E.: *Advanced Engineering Mathematics*. 7. Aufl. Columbus : John Wiley, 1993
- [36] Kuhr, W.: *Erweiterung eines Programms zur Parameterschätzung und Verbesserung des Schätzergebnisses durch Einbringen von A-Priori-Wissen*. Hannover, Universität, Fachbereich Elektrotechnik, Studienarbeit, 1989, unveröffentlicht

- [37] Kuchling, H.: *Nachschlagewerke für Grundlagenfächer PHYSIK*. 18. Aufl. Leipzig : VEB Fachbuchverlag, 1987
- [38] Leifert, T.: *Entwicklung und Realisierung eines Konzeptes zur Modularisierung der Signalanalyse auf einem PC/AT (SIGMA)*. Hannover, Universität, Fachbereich Elektrotechnik, Diplomarbeit, 1989, unveröffentlicht
- [39] Lippert, T.; Böhme, H.: *Calculation of Temperatures in Enclose Switchgears with Regard to the Closed Circulation Flow of Gaseous Dielectrics*. In: European Transactions on Electrical Power Engineering 2 (1992), Nr. 1, 1992
- [40] Ljung, L.: *System Identification: Theory for the User*. Englewood Cliffs, N.J. : Prentice-Hall, 1987
- [41] Mehra, R. K.: *Optimal Inputs for linear System Identification*. In: IEEE Transactions on Automatic Control AC-19 (1974), S. 192-200
- [42] Mehra, R. K.: *Optimal Input Signals for Parameter Estimation in dynamic Systems - Survey and new Results*. In: IEEE Transactions on Automatic Control AC-19 (1974), S. 763-768
- [43] Mehra, R. K.; Gupta, N. K.: *Status of Input Design for Aircraft Parameter Identification*. In: AGARD-CP-172 on Methods for Aircraft State and Parameter Identification (1974), S. 12.1-12.21
- [44] Mehra, R. K.: *Choice of Input Signals*. In: Trends and Progress in System Identification, Oxford : Pergamon Press, 1972
- [45] Mellor, P. H.; Roberts, D.; Turner, D. R.: *Lumped parameter thermal model for electrical machines of TEFC design*. In: IEE Proceedings-B (1991), Vol. 138, No. 5, S. 205-218
- [46] Meyer, K.: *Quasistationärer Anlauf von Asynchronmaschinen unter Berücksichtigung der Wicklungserwärmung*. Hannover, Universität, Fachbereich Elektrotechnik, Diplomarbeit, 1994, unveröffentlicht
- [47] Oppenheim, A. V.; Schafer, R. W.: *Digital Signal Processing*. Englewood Cliffs, N.J. : Prentice-Hall, 1975
- [48] Philipow, E. (Herausg.): *Taschenbuch Elektrotechnik*. 3. Aufl. Berlin : VEB Verlag Technik, 1986
- [49] Richter, R.: *Elektrische Maschinen*. 3. Aufl. Basel : Birkhäuser Verlag, 1967

- [50] Schlitt, H.: *Systemtheorie für stochastische Prozesse*. Berlin : Springer, 1992
- [51] Schuisky, W.: *Erwärmung der Stäbe eines Kurzschlußkäfigs beim Anlauf*. In: Archiv für Elektrotechnik XLI (1953), S. 103-112
- [52] Schuisky, W.: *Berechnung elektrischer Maschinen*. Wien : Springer, 1960
- [53] Schwarz, H.: *Theorie geregelter Systeme*. 1. Aufl. Braunschweig : Vieweg, 1969
- [54] Schwarz, H.: *Zeitdiskrete Regelungssysteme*. 1. Aufl. Braunschweig : Vieweg, 1979
- [55] Schwarz, H.: *Methode der finiten Elemente*. 2. Aufl. Stuttgart : Teubner, 1984
- [56] Seinsch, H.-O.: *Grundlagen elektrischer Maschinen und Antriebe*. Stuttgart : Teubner, 1982
- [57] Siyambalapatiya, D.J.T.; McLaren, P.G.; Tavner, P. J.: *Transient Thermal Characteristics of an Induction Machine Rotor Cage*. In: IEEE Transactions on Energy Conversion 3 (1988), Nr. 4, S. 894-854
- [58] Stöcker, H.: *Taschenbuch mathematischer Formeln und moderner Verfahren*. 2. Aufl. Thun : Harri Deutsch, 1993
- [59] Tautz, H.: *Wärmeleitung und Temperatenausgleich - Die mathematische Behandlung instationärer Wärmeleitungsprobleme mit Hilfe von Laplace-Transformationen*. Weinheim/Bergstraße : Verlag Chemie, 1971
- [60] Triebold, B.: *Parameterextraktion aus elektrischen Netzwerken*. Hannover, Universität, Fachbereich Elektrotechnik, Diplomarbeit, 1991, unveröffentlicht
- [61] Unbehauen, H.; Göhring, B.; Bauer: B.: *Parameterschätzverfahren zur Systemidentifikation*. München : Oldenbourg, 1974
- [62] Unbehauen, H.: *Regelungstechnik II*. 2. Aufl. Braunschweig : Vieweg, 1985
- [63] Unbehauen, H.: *Regelungstechnik III*. 2. Aufl. Braunschweig : Vieweg, 1986
- [64] Weller, T.: *Mehrgrößen-Parameterschätzung als Beispiel für die Programmierung der Rechenlastverteilung zwischen PC's und UNIX-Workstations*. Hannover, Universität, Fachbereich Elektrotechnik, Studienarbeit, 1994, unveröffentlicht

- [65] Westerkamp, C.: *Finite-Element-Modell als Werkzeug bei der Modellbildung für die Temperaturverteilung in Käfigläufern elektrischer Maschinen*. In: Fortschritte in der Simulationstechnik ASIM '93. Braunschweig : Vieweg, S. 659-662
- [66] Westerkamp, C.: *A Program for the Analysis and Automatic Generation of Simulation Models*. In: System Analysis Modelling Simulation 18-19 (Proceedings of the IMACS SAS Berlin), Amsterdam : Gordon and Breach, 1995
- [67] Westerkamp, C.: *Prediction of Temperature Problems in Electrical Machines using automatically generated Real Time Simulation Models*. In: Proceedings of the EUROSIM (Wien). Amsterdam : Elsevier, 1995
- [68] Xypteras, G.; Maras, K.; Spyrelis, D.: *Calculation of Temperature Distribution in an Asynchronous Machine*. In: European Transactions on Electrical Power Engineering 5 (1995), Nr. 3
- [69] Zeller, T.: *Echtzeit-Temperatursimulation von Käfigläufermaschinen mit selbsttätiger Parameteranpassung*. Stuttgart, Universität, Fakultät für Elektrotechnik, Dissertation, 1988
- [70] Zienkiewicz, O. C.: *Methode der Finiten Elemente*. 1. Aufl. München : Hanser, 1975

Anhang Beschreibung der verwendeten Testmodelle

A1 Eigenwerte der Testmodelle

Bei allen Untersuchungen bis auf eine wurde mit Testmodellen gearbeitet, bei denen die Eigenwerte zwischen $-1\frac{1}{s}$ und $-10\frac{1}{s}$ logarithmisch verteilt nach Tabelle A.1 waren.

Knoten- zahl	Eigenwerte									
3	-1 -3,162 -10									
5	-1 -1,778 -3,162 -5,623 -10									
7	-1 -1,468 -2,154 -3,162 -4,642 -6,813 -10									
10	-1 -1,292 -1,668 -2,154 -2,783 -3,594 -4,642 -5,995 -7,743 -10									

Tabelle A.1 Eigenwerte der Testmodelle mit verschiedenen Knotenzahlen

Der Faktor zwischen benachbarten Eigenwerten ist $n \cdot \sqrt[n]{\frac{-10}{-1}}$ mit n=Knotenzahl.

Bei der Untersuchung 6.4.5 wurde abweichend von Tabelle A.1 der Einfluß unterschiedlicher Eigenwertabstände bei fünf Knoten mit den Eigenwerten in Tabelle A.2 untersucht.

Maximales Eigen- wertverhältnis	Eigenwerte				
1:10	-1	-1,778	-3,162	-5,623	-10
1:100	-0,1	-0,316	-1	-3,162	-10
1:1000	-0,01	-0,056	-0,316	-1,778	-10
1:10000	-0,001	-0,01	-0,1	-1	-10

Tabelle A.2 Eigenwerte mit unterschiedlichen Abständen bei fünf Knoten

A2 Bauteilwerte der Testmodelle

Mit Ausnahme der Untersuchung in Abschnitt 6.4.4 hatten alle Testmodelle Kettenleiterstrukturen. Die zugehörigen, empirisch gefundenen Bauteilwerte sind in Tabelle A.3 aufgeführt.

Knoten- zahl	Bauteilwerte
3	$C_1 = 687F$ $C_2 = 439F$ $C_3 = 700F$ $G_1 = 687S$ $G_2 = 439S$ $G_3 = 700S$ $G_{12} = G_{13} = 1500S$
5	$C_1 = 3600F$ $C_2 = 6900F$ $C_3 = 10000F$ $C_4 = 25000F$ $C_5 = 14000F$ $G_1 = 3600S$ $G_2 = 6900S$ $G_3 = 10000S$ $G_4 = 25000S$ $G_5 = 14000S$ $G_{12} = 5800S$ $G_{23} = 31650S$ $G_{34} = 14200S$ $G_{45} = 39200S$
7	$C_1 = 1220F$ $C_2 = 1093F$ $C_3 = 2940F$ $C_4 = 1970F$ $C_5 = 10000F$ $C_6 = 5730F$ $C_7 = 2620F$ $G_1 = 1220S$ $G_2 = 1093S$ $G_3 = 2940S$ $G_4 = 1970S$ $G_5 = 10000S$ $G_6 = 5730S$ $G_7 = 2620S$ $G_{12} = 2540S$ $G_{23} = 2100S$ $G_{34} = 5670S$ $G_{45} = 9100S$ $G_{56} = 6830S$ $G_{67} = 5350S$
10	$C_1 = 1430F$ $C_2 = 4000F$ $C_3 = 2300F$ $C_4 = 4200F$ $C_5 = 1900F$ $C_6 = 2300F$ $C_7 = 3200F$ $C_8 = 900F$ $C_9 = 4000F$ $C_{10} = 2120F$ $G_1 = 1430S$ $G_2 = 4000S$ $G_3 = 2300S$ $G_4 = 4200S$ $G_5 = 1900S$ $G_6 = 2300S$ $G_7 = 3200S$ $G_8 = 900S$ $G_9 = 4000S$ $G_{10} = 2120S$ $G_{12} = 8800S$ $G_{23} = 2000S$ $G_{34} = 6200S$ $G_{45} = 2000S$ $G_{56} = 1900S$ $G_{67} = 4000S$ $G_{78} = 3000S$ $G_{89} = 3500S$ $G_{910} = 3000S$

Tabelle A.3 Bauteilwerte der Testmodelle mit dem Eigenwertverhältnis 1:10 und Kettenleiterstruktur

Bei der Untersuchung in Abschnitt 6.4.5 wurden andere Bauteilwerte verwendet, um die unterschiedlichen Eigenwertverteilungen zu realisieren. Dies ist in Tabelle A.4 zu sehen.

Maximales Eigenwertverhältnis	Bauteilwerte				
1:10	$C_1=3600F$ $G_1=3600S$ $G_{12}=5800S$	$C_2=6900F$ $G_2=3600S$ $G_{23}=31650S$	$C_3=10000F$ $G_3=10000S$ $G_{34}=14200S$	$C_4=25000F$ $G_4=25000S$ $G_{45}=39200S$	$C_5=14000F$ $G_5=14000S$
1:100	$C_1=3500F$ $G_1=350S$ $G_{12}=9250S$	$C_2=7000F$ $G_2=700S$ $G_{23}=35750S$	$C_3=11000F$ $G_3=1100S$ $G_{34}=11600S$	$C_4=27650F$ $G_4=2765S$ $G_{45}=3195S$	$C_5=19000F$ $G_5=1900S$
1:1000	$C_1=3500F$ $G_1=35S$ $G_{12}=9250S$	$C_2=7000F$ $G_2=70S$ $G_{23}=35750S$	$C_3=11000F$ $G_3=110S$ $G_{34}=11600S$	$C_4=27650F$ $G_4=2765S$ $G_{45}=3195S$	$C_5=14000F$ $G_5=140S$
1:10000	$C_1=50000F$ $G_1=50S$ $G_{12}=15000S$	$C_2=6610F$ $G_2=6,61S$ $G_{23}=39500S$	$C_3=18740F$ $G_3=18,74S$ $G_{34}=7660S$	$C_4=240000F$ $G_4=240S$ $G_{45}=2435S$	$C_5=1600000F$ $G_5=1600S$

Tabelle A.4 Bauteilwerte der Testmodelle mit unterschiedlichen Eigenwertverhältnis bei fünf Knoten und Kettenleiterstruktur

Bei der Untersuchung in Abschnitt 6.4.4 wurden neben der Kettenleiterstruktur drei weitere Strukturen als Testmodelle verwendet. Die Eigenwerte zwischen $-1\frac{1}{s}$ und $-10\frac{1}{s}$ blieben dabei unverändert. Die entsprechend veränderten Bauteilwerte zeigt Tabelle A.5.

Topologische Struktur	Bauteilwerte				
Kettenleiter	$C_1=3600F$	$C_2=6900F$	$C_3=10000F$	$C_4=25000F$	$C_5=14000F$
	$G_1=3600S$	$G_2=3600S$	$G_3=10000S$	$G_4=25000S$	$G_5=14000S$
	$G_{12}=5800S$	$G_{23}=31650S$	$G_{34}=14200S$	$G_{45}=39200S$	
Ringstruktur	$C_1=3740F$	$C_2=15700F$	$C_3=6300F$	$C_4=24200F$	$C_5=14000F$
	$G_1=3740S$	$G_2=15700S$	$G_3=6300S$	$G_4=24200S$	$G_5=14000S$
	$G_{12}=5800S$	$G_{23}=31650S$	$G_{34}=14200S$	$G_{45}=3900S$	$G_{45}=1200S$
Sternstruktur	$C_1=3010F$	$C_2=1000F$	$C_3=1570F$	$C_4=1000F$	$C_5=1000F$
	$G_1=3010S$	$G_2=1000S$	$G_3=1570S$	$G_4=1000S$	$G_5=1000S$
	$G_{12}=4050S$	$G_{13}=1000S$	$G_{14}=5800S$	$G_{15}=1860S$	
vollständig vernetzte Struktur	$C_1=13700F$	$C_2=11270F$	$C_3=7790F$	$C_4=33900F$	$C_5=140000F$
	$G_1=13700S$	$G_2=11270S$	$G_3=7790S$	$G_4=33900S$	$G_5=140000S$
	$G_{12}=5800S$	$G_{23}=31650S$	$G_{34}=14200S$	$G_{45}=39000S$	$G_{15}=1200S$
	$G_{13}=1000S$	$G_{14}=2000S$	$G_{24}=3000S$	$G_{25}=4000S$	$G_{35}=5000S$

Tabelle A.5 Bauteilwerte der Testmodelle bei unterschiedlichen topologischen Strukturen mit Eigenwerten zwischen $-1\frac{1}{5}$ und $-10\frac{1}{5}$ bei fünf Knoten

Lebenslauf

Name	Clemens Westerkamp	
Geburtstag und -ort	29. Juli 1963 in Münster/Westf.	
Eltern	Helga Westerkamp Dipl.-Hdl. Heinrich Westerkamp	
Familienstand	ledig	
Schulbildung	1969 - 1973	Grundschule Laggenbeck
	1973 - 1982	Goethe-Gymnasium Ibbenbüren
Studium und Beruf	1982 - 1984	Vorstudium Elektrotechnik (Diplom) Universität Hannover
	1984 - 1988	Hauptstudium Nachrichtentechnik Schwerpunkt Nachrichtenverarbeitung
	1988 - 1989	Software-Ingenieur bei Microsoft Corporation, USA unter Anerkennung des Grades eines BSEE
	1990	Diplomarbeit, Abschluß als Dipl.-Ing.
	1990 - 1995	Wissenschaftlicher Mitarbeiter am Institut für Grundlagen der Elektrotechnik und Meßtechnik der Universität Hannover
	seit Okt. 1995	Gruppenleiter in der Entwicklung bei Controlware GmbH, Dietzenbach