

Interacting-Multiple-Model Partikelfilter zur Fehleridentifikation

Adrian Lepp¹, Dirk Weidemann¹

¹Institut für Systemdynamik und Mechatronik, FH Bielefeld, Interaktion 1, 33619 Bielefeld;
{adrian.lepp,dirk.weidemann}@fh-bielefeld.de

Kurzfassung. Aktive fehlertolerante Regelungen erfordern nicht nur die Fehlererkennung, sondern auch die Lokalisierung des Fehlers und die Schätzung der Fehlergröße, was als Fehleridentifikation bezeichnet wird. Um die Fehlerlokalisierung und -identifikation für Aktor-, Sensor- und Prozessfehler zu ermöglichen, eignen sich Ansätze, die auf der gleichzeitigen Verwendung mehrerer Modelle basieren, sodass die Fehlerlokalisierung und -identifikation als Mehrmodell-schätzung, auch bekannt als hybride Schätzung, durchgeführt werden können. Typische hybride Schätzer wie Generalized Pseudo Bayesian (GPB)-Ansätze oder der Interacting Multiple Model (IMM)-Ansatz verwenden häufig erweiterte Kalman- oder unscented Kalman-Filter. Bei nicht normalverteilten Störungen und/oder stark ausgeprägten Nichtlinearitäten führen diese Filter oft zu unbefriedigenden Schätzungen. In derartigen Fällen bieten sich Partikelfilter an. Die direkte Verwendung von Partikelfiltern in Kombination mit hybriden Partikeln kann jedoch zu einer Degeneration der Partikel führen. Das IMM Partikelfilter (IMMPF), das aus dem exakten Bayes-Filter für den hybriden Zustand abgeleitet werden kann, vermeidet dieses Problem, indem es die Dichte jedes Modus mit einer konstanten Anzahl von Partikeln approximiert. Am Beispiel eines Drei-Tank-Systems wird die Fehleridentifikation mit Hilfe des IMMPF-Ansatzes erläutert und die Vor- und Nachteile des zugrundeliegenden Modellierungsansatzes, der eine Quantisierung der Fehlergröße verwendet, werden diskutiert.

Einleitung

Bei allen technischen Systemen und industriellen Prozessen können während des Betriebs Fehler auftreten, welche die Nutzung des Systems bzw. den Betrieb des Prozesses einschränken oder gar zu lebensbedrohlichen Szenarien für den Nutzer bzw. Betreiber führen. Während redundante Hardware zum Einsatz kommt, um den zweiten Fall, d.h. lebensbedrohliche Situationen zu vermeiden, verwendet man im erstgenannten Fall eine analytische Redundanz. Hierbei finden softwaretechnisch realisierte Diagnosefunktionen Verwendung, die vielfach mit aktiven fehlertoleranten Regelungsstrategien kombiniert werden.

Entsprechend [1] erfordern aktive fehlertolerante

Regelungen normalerweise nicht nur die Lokalisierung des Fehlers, sondern auch die Bestimmung der Fehleramplitude, was als Fehleridentifikation bezeichnet wird. Während für die reine Fehlerdetektion als auch für die Fehlerlokalisierung bereits zahlreiche modellbasierte Ansätze existieren (vgl. [1],[4]), gibt es nur eine geringe Anzahl an Ansätzen für die Fehleridentifikation. Ferner sind diese typischerweise entweder für die Identifikation von Aktor- bzw. Sensorfehlern oder Prozessfehlern geeignet.

Einen Zugang zur Identifikation von Sensor-, Aktor- und Prozessfehlern bieten auf Multi-Modell Verfahren basierende Zustandsschätzer. Derartige Ansätze sind aus dem Bereich der Objektverfolgung wohlbekannt (s. [9]) und können darüber hinaus wie in [12] auch sinnvoll für die Fehlerdiagnose eingesetzt werden, wenn zusätzlich zu einem Modell des fehlerfreien Systems für jeden zu berücksichtigenden Fehlerfall ein weiteres Modell verwendet wird. Folglich modelliert eine endliche Menge von Modellen \mathcal{M} das Verhalten des Systems, wobei $q \in \mathbb{N}$ die Mächtigkeit von \mathcal{M} angibt. Die diskrete Dynamik, d.h. der Wechsel zwischen diesen Modellen, die auch als Moden bezeichnet werden, wird in der Regel durch eine Markov-Kette modelliert, während die kontinuierliche Dynamik jedes Modells aus \mathcal{M} entweder durch einen Satz Differential- oder wie in [12] Differential-Algebraischer-Gleichungen gegeben ist. Das Ziel ist, sowohl den diskreten als auch den kontinuierlichen Zustand, d.h. einen hybriden Zustand zu schätzen. Daher gehören diese Verfahren der Zustandsschätzung zur Klasse der hybriden Zustandsschätzer, s. [8].

Zur Schätzung des hybriden Zustands wird bei Multi-Modell Zustandsschätzern ein stochastisches Filter für jedes Modell genutzt. Hierbei finden bei nichtlinearen Systemen vielfach erweiterte Kalman- oder unscented Kalman-Filter Verwendung. Insbesondere wenn aufgrund nicht normalverteilter Störungen und/oder stark ausgeprägter Nichtlinearitäten diese Fil-

tervarianten nicht mehr zu zufriedenstellenden Schätzungen führen, bieten sich Partikelfilter an. Ein Partikelfilter ist ein sequentielles Monte-Carlo-Verfahren zur Schätzung der Zustände eines stochastisch gestörten dynamischen Systems auf der Grundlage verrauschter Messungen, vgl. [5].

Ein naheliegender Ansatz zur hybriden Zustandsschätzung mittels Partikelfilter basiert auf der Nutzung bereits bekannter Partikelfilteralgorithmen in Kombination mit hybriden Partikeln, vgl. [10]. Nachteilig erweist sich bei einem derartigem Ansatz, dass die Anzahl der Partikel in einem Mode proportional zur Modewahrscheinlichkeit ist. Folglich liegt bei Moden mit geringer Wahrscheinlichkeit eine schlechte Approximationsgüte vor.

Diesen Nachteil vermeiden die in [3],[6] präsentierten Ansätze durch Gliederung der hybriden Zustandsschätzung in eine Schätzung der modespezifischen Wahrscheinlichkeitsdichtefunktionen und der Modewahrscheinlichkeiten. Die Dichte des hybriden Zustands ergibt sich gemäß der Bayes-Regel aus der Multiplikation der Modewahrscheinlichkeit mit der zugehörigen modespezifischen Wahrscheinlichkeitsdichtefunktion. Hierbei erfolgt in beiden Ansätzen die Bestimmung der modespezifischen a-Posteriori Dichte mit Hilfe von Partikelfiltern.

Obgleich beide Ansätze die modespezifischen a-Priori Dichten nach dem Modewechsel entsprechend dem Interaktionsschritt des Interacting-Multiple-Modell Ansatzes [2] bestimmen und rein reellwertige Partikel verwenden, weisen die Ansätze Unterschiede auf. In [6] erfolgt die Bestimmung der Partikel, mit denen die modespezifischen a-Priori Dichten approximiert werden, in einem zweistufigen Verfahren. Im ersten Schritt wird auf der Grundlage der Mischwahrscheinlichkeiten zufällig eine der modespezifischen a-Posteriori Dichten gewählt. Im zweiten Schritt wird zufällig ein Partikel entsprechend der Partikelgewichte gewählt. Im Unterschied zu [6] werden in [3] die Modewahrscheinlichkeiten durch die Summe der Partikelgewichte dargestellt, wodurch jedes Partikel für jeden Mode eine eigene Mischwahrscheinlichkeit erhält und die modespezifischen a-Priori Dichten aus allen Partikeln der modespezifischen a-Posteriori Dichten gebildet werden. Folglich weisen die modespezifischen a-Priori Dichten eine q mal höhere Anzahl an Partikeln als die modespezifischen a-Posteriori Dichten auf, was einen Resampling Schritt erfordert, wenn die modespezifische Filterung stets mit gleichbleibender Anzahl an

Partikel durchgeführt werden soll.

Ein weiterer Unterschied ist, dass die Gewichtung der Partikel und das Update der Modewahrscheinlichkeiten in [3] in einen Kombinationsschritt erfolgt, während die Berechnung in [6] getrennt geschieht.

Der nachfolgende Ansatz zur Fehleridentifikation nutzt den in [3] vorgestellten IMM Partikelfilter (IMMPF), da dieser IMMPF-Ansatz auch für hybride Systeme anwendbar ist, bei denen die Modeübergangswahrscheinlichkeit sowohl vom aktuellen Mode als auch vom aktuellen wertkontinuierlichen Zustand abhängig ist. Der zugrunde liegende Modellierungsansatz wird in Abschnitt 1 dargestellt. In Abschnitt 2 werden zunächst die exakten rekursiven Gleichungen des Bayes-Filters hergeleitet, wobei sich zeigt, dass die Berechnung der modespezifischen a-Priori Dichte nach dem Modewechsel analog zu der des IMM-Ansatzes erfolgt. Anschließend werden die Dichten durch Partikel approximiert, um den IMMPF-Algorithmus zu erhalten. In Abschnitt IV wird anhand von Simulationsergebnissen die Effizienz des vorgeschlagenen Ansatzes veranschaulicht.

1 Modellierung

Um fehlerbehaftete Systeme zu modellieren, gilt es, zwischen den Orten, an denen Fehler auftreten können, und dem zeitlichen Verlauf ihrer Amplitude zu unterscheiden. Da Fehler sowohl Sensoren, Aktoren als auch den Prozess selbst betreffen können, werden diese Fehler üblicherweise als Sensor-, Aktor- und Prozessfehler bezeichnet. Obgleich die Fehleramplitude einen beliebigen zeitlichen Verlauf aufweisen kann, finden sich Fehler mit abrupt wechselnder Amplitude am häufigsten.

Hinsichtlich der Ermittlung der Amplitude eines abrupten Fehlers besteht ein möglicher Ansatz darin, die Fehlergröße als einen erweiterten Zustand zu modellieren. Allerdings führt eine derartige Vorgehensweise zu einem hybriden Modell mit heterogenen Zustandsräumen. Dieses Problem wird für den IMM-Ansatz in [7] und GPB-Ansätze in [11] behandelt, stellt jedoch im Zusammenhang mit dem IMMPF-Ansatz ein offenes Problem dar. Vor diesem Hintergrund wird die Fehlergröße quantisiert, sodass die Anzahl der Modelle pro Fehler der Anzahl der Quantisierungsstufen entspricht. Dies führt zu einem stochastischen hybriden Modell, bei dem die wertkontinuierliche Dynamik jedes Modes

durch eine Zustandsraumdarstellung der Form

$$x_k = f(m_k, x_{k-1}, w_{k-1}, u_{k-1}), \quad (1)$$

$$y_k = h(m_k, x_k, u_k, v_k) \quad (2)$$

gegeben ist, während die wertdiskrete Dynamik der diskreten Übergangsabbildung

$$m_k = c(m_{k-1}) \quad (3)$$

genügt. Hierbei kennzeichnen $x_k \in \mathbb{R}^n$ die Zustände der wertkontinuierlichen Dynamik, $y_k \in \mathbb{R}^r$ den Messausgang und $m_k \in \mathcal{M}$ die Zustände der wertdiskreten Dynamik. Letztere werden im Folgenden als Moden bezeichnet, wobei der hybride Zustand mit $(x_k, m_k) \in \mathbb{R}^n \times \mathcal{M}$ gegeben ist. Darüber hinaus sind w_k und v_k unabhängige und identisch verteilte Zufallsvariablen.

2 IMMPF

Entsprechend der Modellierung des fehlerbehafteten Systems als stochastisches hybrides System kann die Fehleridentifikation durch Schätzung der bedingten Dichte des hybriden Zustands $p(x_k, m_k^{(j)} | Y_k, U_k)$ für alle $j \in \{1, 2, \dots, q\}$ erfolgen, wobei $Y_k = (y_0, y_1, \dots, y_k)$ die Sequenz der Messungen und $U_k = (u_0, u_1, \dots, u_k)$ die der Stellgrößen repräsentieren. Unter der Annahme, dass $p(x_{k-1}, m_{k-1}^{(i)} | Y_{k-1}, U_{k-1})$ für alle $i \in \{1, 2, \dots, q\}$ bekannt ist, lässt sich die Schätzung rekursiv durchführen. In Anlehnung an [3] werden hierfür zunächst die rekursiven Gleichungen des Bayes-Filters exakt bestimmt. Hierbei zeigt sich, dass die Bestimmung der a-Priori Dichte des hybriden Zustands nach dem Modewechsel dem Interaktionsschritt des IMM-Ansatzes ähnelt, vgl. [2]. Abschließend werden die Dichten durch Partikel approximiert, was zum IMMPF-Algorithmus führt.

2.1 Exaktes rekursives Bayes-Filter

Modewechsel. Gemäß der Bayes-Regel ist die Dichte des hybriden Zustands nach dem Modewechsel durch

$$p(x_{k-1}, m_k^{(j)} | Y_{k-1}, U_{k-1}) = \int_{\mathbb{R}^n} p(x_k | x_{k-1}, m_k^{(j)}, Y_{k-1}, U_{k-1}) P(m_k^{(j)} | Y_{k-1}, U_{k-1}) \quad (4)$$

gegeben, wobei $p(x_{k-1} | m_k^{(j)}, Y_{k-1}, U_{k-1})$ die modespezifische a-Priori Dichte und $P(m_k^{(j)} | Y_{k-1}, U_{k-1})$ die a-

Priori Modewahrscheinlichkeit darstellen. Durch Marginalisierung von (4) über x_{k-1} und Nutzung des Satzes der totalen Wahrscheinlichkeit folgt für die a-Priori Modewahrscheinlichkeit

$$\begin{aligned} P(m_k^{(j)} | Y_{k-1}, U_{k-1}) &= \int_{\mathbb{R}^n} p(x_{k-1}, m_k^{(j)} | Y_{k-1}, U_{k-1}) dx_{k-1} \\ &= \int_{\mathbb{R}^n} \sum_{i=1}^q p(x_{k-1}, m_k^{(j)}, m_{k-1}^{(i)} | Y_{k-1}, U_{k-1}) dx_{k-1} \quad (5) \\ &= \int_{\mathbb{R}^n} \sum_{i=1}^q p(m_k^{(j)} | m_{k-1}^{(i)}, x_{k-1}, Y_{k-1}, U_{k-1}) \\ &\quad p(x_{k-1}, m_{k-1}^{(i)} | Y_{k-1}, U_{k-1}) dx_{k-1}. \end{aligned}$$

Im Folgenden wird davon ausgegangen, dass $m_k = c(m_{k-1})$ durch eine Markov-Kette modelliert wird. Daher vereinfacht sich (5) zu

$$\begin{aligned} P(m_k^{(j)} | Y_{k-1}, U_{k-1}) &= \int_{\mathbb{R}^n} \sum_{i=1}^q \pi_{ij} p(x_{k-1}, m_{k-1}^{(i)} | Y_{k-1}, U_{k-1}) dx_{k-1}. \quad (6) \end{aligned}$$

Hierbei ist $\pi_{ij} = P(m_k^{(j)} | m_{k-1}^{(i)}) \forall i, j \in \{1, 2, \dots, q\}$ die zeitinvariante Modeübergangswahrscheinlichkeit. Nutzt man den Satz der totalen Wahrscheinlichkeit wie in (5), ergibt sich die modespezifische a-Priori Dichte nach dem Modewechsel zu

$$\begin{aligned} p(x_{k-1} | m_k^{(j)}, Y_{k-1}, U_{k-1}) &= \frac{\sum_{i=1}^q \pi_{ij} p(x_{k-1}, m_{k-1}^{(i)} | Y_{k-1}, U_{k-1})}{P(m_k^{(j)} | Y_{k-1}, U_{k-1})}. \quad (7) \end{aligned}$$

Bemerkung: Falls $P(m_k^{(j)} | Y_{k-1}, U_{k-1}) > 0$ nicht gilt, wird die Berechnung (7) nicht benötigt.

Prädiktion. Die zeitliche Entwicklung der wertkontinuierlichen Zustände ausgehend von $k-1$ zum nächsten Abtastzeitpunkt k wird durch die a-Priori Dichte

$$\begin{aligned} p(x_k, m_k^{(j)} | Y_{k-1}, U_{k-1}) &= \int_{\mathbb{R}^n} p(x_k, x_{k-1}, m_k^{(j)} | Y_{k-1}, U_{k-1}) dx_{k-1} \quad (8) \\ &= \int_{\mathbb{R}^n} p(x_k | x_{k-1}, m_k^{(j)}, Y_{k-1}, U_{k-1}) \\ &\quad p(x_{k-1}, m_k^{(j)} | Y_{k-1}, U_{k-1}) dx_{k-1} \end{aligned}$$

charakterisiert, welche sich aufgrund der Markov-Eigenschaft zu

$$\begin{aligned} p(x_k, m_k^{(j)} | Y_{k-1}, U_{k-1}) \\ = \int_{\mathbb{R}^n} p(x_k | x_{k-1}, m_k^{(j)}, u_{k-1}) \\ p(x_{k-1}, m_k^{(j)} | Y_{k-1}, U_{k-1}) dx_{k-1} \end{aligned} \quad (9)$$

vereinfacht.

Korrektur. Die a-Posteriori Dichte wird durch Korrektur der a-Priori Dichte gemäß

$$\begin{aligned} p(x_k, m_k^{(j)} | Y_k, U_k) \\ = p(y_k | x_k, m_k^{(j)}, u_k) p(x_k, m_k^{(j)} | Y_{k-1}, U_{k-1}) / c_k \end{aligned} \quad (10)$$

bestimmt, wobei $p(y_k | x_k, m_k^{(j)}, u_k)$ die modespezifische Messwahrscheinlichkeit und c_k die Normalisierungskonstante sind.

2.2 IMMPF-Algorithmus

Der IMMPF beginnt zum Abtastzeitpunkt $k - 1$ mit einer Menge von $q \cdot S$ gewichteten Partikeln $\{x_{k-1}^{(j,l)}, \mu_{k-1}^{(j,l)}; j \in \{1, \dots, q\}, l \in \{1, \dots, S\}\}$, welche die a-Posteriori Dichte

$$p(x_{k-1}, m_{k-1}^{(j)} | Y_{k-1}, U_{k-1}) \approx \sum_{l=1}^S \mu_{k-1}^{(j,l)} \delta(x - x_{k-1}^{(j,l)}) \quad (11)$$

approximieren. Nutzung der in (11) gegebenen Approximation in den einzelnen in Abschnitt 2.1 aufgeführten Dichten, führt zum vollständigen IMMPF-Algorithmus.

Modewechsel. Setzt man (11) in (6) ein, folgt

$$\begin{aligned} P(m_k^{(j)} | Y_{k-1}, U_{k-1}) \\ \approx \tilde{\gamma}_k^{(j)} = \int_{\mathbb{R}^n} \sum_{i=1}^q \left[\pi_{ij} \sum_{l=1}^S \mu_{k-1}^{(i,l)} \delta(x - x_{k-1}^{(i,l)}) \right] dx_{k-1} \\ = \sum_{i=1}^q \sum_{l=1}^S \pi_{ij} \mu_{k-1}^{(i,l)} \end{aligned} \quad (12)$$

für die a-Priori Modewahrscheinlichkeit, welche als Ausgangspunkt für die Bestimmung der a-Priori Partikelgewichte

$$\bar{\mu}_{k-1}^{(j,l)} = \tilde{\gamma}_k^{(j)} / S \quad (13)$$

dient. Setzt man im Weiteren die Approximation (11) in (7) ein, ergibt sich die modespezifische a-Priori Dichte

$$\begin{aligned} p(x_{k-1} | m_k^{(j)}, Y_{k-1}, U_{k-1}) \\ \approx \sum_{i=1}^q \left[\pi_{ij} \sum_{l=1}^S \mu_{k-1}^{(i,l)} \delta(x - x_{k-1}^{(i,l)}) \right] / \tilde{\gamma}_k^{(j)} \\ = \sum_{i=1}^q \sum_{l=1}^S \pi_{ij} \mu_{k-1}^{(i,l)} \delta(x - x_{k-1}^{(i,l)}) / \tilde{\gamma}_k^{(j)}. \end{aligned} \quad (14)$$

Die Approximation der Dichte $p(x_{k-1} | m_k^{(j)}, Y_{k-1}, U_{k-1})$ in (14) erfolgt mit $q \cdot S$ Partikeln, während $p(x_{k-1}, m_{k-1}^{(j)} | Y_{k-1}, U_{k-1})$ in (11) nur durch S Partikel approximiert wird, sodass ein Resampling durchzuführen ist, um die Anzahl der Partikel wieder auf S zu reduzieren. Hierbei werden für jeden Mode S Partikel entsprechend

$$\bar{x}_{k-1}^{(j,l)} \sim \sum_{i=1}^q \sum_{l=1}^S \pi_{ij} \mu_{k-1}^{(i,l)} \delta(x - x_{k-1}^{(i,l)}) / \tilde{\gamma}_k^{(j)} \quad (15)$$

gezogen. Die a-Priori Partikel und Gewichte $\{\bar{x}_{k-1}^{(j,l)}, \bar{\mu}_{k-1}^{(j,l)}\}$ approximieren die a-Priori Dichte des hybriden Zustands nach dem Modewechsel

$$p(x_{k-1}, m_k^{(j)} | Y_{k-1}, U_{k-1}) \approx \sum_{l=1}^S \delta(x - \bar{x}_{k-1}^{(j,l)}) \bar{\mu}_{k-1}^{(j,l)}. \quad (16)$$

Prädiktion. Die a-Priori Dichte des hybriden Zustands nach der Prädiktion in (8) wird mittels

$$p(x_k, m_k^{(j)} | Y_{k-1}, U_{k-1}) \approx \sum_{l=1}^S \bar{\mu}_{k-1}^{(j,l)} \delta(x - x_k^{(j,l)}) \quad (17)$$

approximiert. Die benötigten Partikel $x_k^{(j,l)}$ lassen sich durch Einsetzen der a-Priori Partikel $\bar{x}_{k-1}^{(j,l)}$ und der entsprechend

$$w_{k-1}^{(j,l)} \sim p(w_{k-1}) \quad (18)$$

gezogenen Rauschpartikel in (1) bestimmen, sodass sich

$$x_k^{(j,l)} = f(m_k^{(j)}, \bar{x}_{k-1}^{(j,l)}, w_{k-1}^{(j,l)}, u_{k-1}) \quad (19)$$

ergibt.

Korrektur. Die Substitution von $p(x_k, m_k^{(j)} | Y_{k-1}, U_{k-1})$ in (10) durch (17) ergibt die a-Posteriori Dichte des hy-

briden Zustands

$$p(x_k, m_k^{(j)} | Y_k, U_k) \approx p(y_k | x_k, m_k^{(j)}, u_k) \sum_{l=1}^S \bar{\mu}_{k-1}^{(j,l)} \delta(x - x_k^{(j,l)}) / c_k. \quad (20)$$

Hierfür bedarf es eines Updates

$$\mu_k^{(j,l)} = \bar{\mu}_{k-1}^{(j,l)} p(y_k | x_k^{(j,l)}, m_k^{(j)}, u_k) / c_k \quad (21)$$

der a-Priori Gewichte. Dazu wird die Messgleichung in (3) für jedes Partikel gelöst und eine Messwahrscheinlichkeit $p(y_k | x_k^{(j,l)}, u_k)$ berechnet, die angibt, wie nahe die berechnete Messung an der realen liegt.

Nach dem Gesetz der totalen Wahrscheinlichkeit ergibt sich aus der a-Posteriori Dichte des hybriden Zustands die a-Posteriori Modewahrscheinlichkeit

$$P(m_k^{(j)} | Y_k, U_k) = \int_{\mathbb{R}^n} p(x_k, m_k^{(j)} | Y_k, U_k) dx_k, \quad (22)$$

sodass man durch Substitution der Dichte des hybriden Zustands in (22) durch (21) die Approximation

$$P(m_k^{(j)} | Y_k, U_k) \approx \gamma_k^{(j)} = \int_{\mathbb{R}^n} \sum_{l=1}^S \mu_k^{(j,l)} \delta(x - x_k^{(j,l)}) dx_k = \sum_{l=1}^S \mu_k^{(j,l)} \quad (23)$$

erhält. Dividiert man im Weiteren (21) durch (23), ergibt sich für $P(m_k^{(j)} | Y_k, U_k) > 0$ die Approximation der modespezifischen a-Posteriori Dichte

$$p(x_k | m_k^{(j)}, Y_k) \approx \sum_{l=1}^S \mu_k^{(j,l)} \delta(x - x_k^{(j,l)}) / \gamma_k^{(j)}. \quad (24)$$

Abschließend lässt sich der approximierte Erwartungswert des wertkontinuierlichen Zustands durch

$$\hat{x}_k = \sum_{i=1}^q \gamma_k^{(i)} \hat{x}_k^{(i)}. \quad (25)$$

mit

$$\hat{x}_k^{(j)} = \sum_{l=1}^S (\mu_k^{(j,l)} x_k^{(j,l)}) / \gamma_k^{(j)} \quad (26)$$

bestimmen.

Der IMMPPF-Algorithmus ist im Folgenden als Pseudocode für einen Zeitschritt von $k-1$ zu k zusammengefasst.

Algorithmus 1 IMMPPF

$$\{x_{k-1}^{(j,l)}, \mu_{k-1}^{(j,l)}, m^{(j)} \in \mathcal{M}; j = 1, \dots, q; l \in \{1, \dots, S\}\}$$

• Modewechsel:

for $j = 1, \dots, q$ **do**

$$\bar{\gamma}_k^{(j)} = \sum_{i=1}^q \pi_{ij} \gamma_{k-1}^{(i)}$$

$$\bar{\mu}_{k-1}^{(j,l)} = \bar{\gamma}_k^{(j)} / S \quad l = 1, \dots, S$$

if $\bar{\gamma}_k^{(j)} = 0$ **then**

$$\bar{x}_{k-1}^{(j,l)} = x_{k-1}^{(j,l)} \quad l = 1, \dots, S$$

else

$$\bar{x}_{k-1}^{(j,l)} \sim \sum_{i=1}^q \pi_{ij} \sum_{l=1}^S \mu_{k-1}^{(i,l)} / \bar{\gamma}_k^{(j)} \quad l = 1, \dots, S$$

• Prädiktion:

for $j = 1, \dots, q$ **do**

$$w_{k-1}^{(j,l)} \sim p(w_{k-1}) \quad l = 1, \dots, S$$

$$x_k^{(j,l)} = f(m^{(j)}, \bar{x}_{k-1}^{(j,l)}, w_{k-1}^{(j,l)}, u_{k-1}) \quad l = 1, \dots, S$$

• Korrektur:

for $j = 1, \dots, q$ **do**

$$\mu_k^{(j,l)} = \bar{\mu}_{k-1}^{(j,l)} P(y_k | x_k^{(j,l)}, u_k) / c_k \quad l = 1, \dots, S$$

$$\text{mit } c_k \text{ so, dass } \sum_{i=1}^q \sum_{l=1}^S \mu_k^{(i,l)} = 1$$

3 Simulationsergebnisse

Beispielhaft wird die hybride Zustandsschätzung mit dem IMMPPF auf ein Drei-Tank-System, wie in Abbildung 1 dargestellt, zur Fehlerdiagnose angewendet. Drei Tanks sind über die Ventile V_{13} und V_{32} miteinander verbunden, während das Ventil V_{2R} zusätzlich Tank 2 mit einem Reservoir verbindet. Aus dem Reservoir wird Wasser über eine Pumpe mit einem konstanten Volumenstrom Q_1 in Tank 1 gefördert.

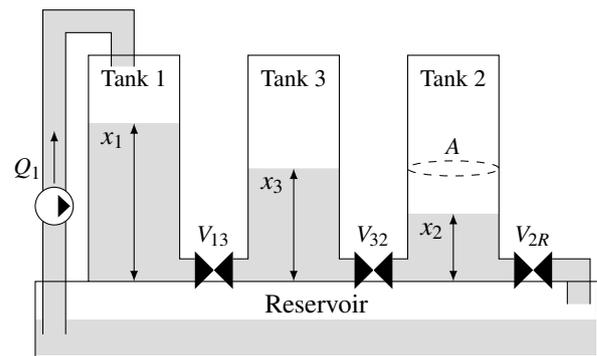


Abb. 1: Skizze des Drei-Tank-Systems

Als Systemzustände werden die Füllstandhöhen der drei Tanks x_1 , x_2 und x_3 gewählt und die Stellgröße ist der Volumenstrom $u = Q_1$. Die Systemdynamik kann

durch die Differentialgleichungen

$$\dot{x}_1 = \frac{1}{A}(u - c_{13} \cdot \text{sign}(x_1 - x_3) \sqrt{2g |x_1 - x_3|}), \quad (27)$$

$$\dot{x}_2 = \frac{1}{A}(c_{32} \cdot \text{sign}(x_3 - x_2) \sqrt{2g |x_3 - x_2|} - c_{2R} \sqrt{2gx_2}), \quad (28)$$

$$\dot{x}_3 = \frac{1}{A}(c_{13} \cdot \text{sign}(x_1 - x_3) \sqrt{2g |x_1 - x_3|} - c_{32} \cdot \text{sign}(x_3 - x_2) \sqrt{2g |x_3 - x_2|}) \quad (29)$$

beschrieben werden. Die für den Algorithmus benötigten zeitdiskreten Zustandsgleichungen

$$x_k = f(x_{k-1}, u_{k-1}) + [\sigma_x \quad \sigma_x \quad \sigma_x]^T w_{k-1} \quad (30)$$

werden durch eine Diskretisierung der Differentialgleichungen (27)-(29) mit dem Runge-Kutta Verfahren vierter Ordnung berechnet. Dabei ist σ_x die Varianz des Prozessrauschens. Die Ausgangsgleichung ist mit

$$y_k = I [x_{1,k} \quad x_{2,k} \quad x_{3,k}]^T + [\sigma_y \quad \sigma_y \quad \sigma_y]^T v_k \quad (31)$$

gegeben, wobei I die $n \times n$ Einheitsmatrix und σ_y die Varianz des Messrauschens ist. Die Zufallsvariablen w_k und v_k werden aus einer Standardnormalverteilung gezogen. Alle Tanks haben die gleiche Querschnittfläche A und die Ventile werden durch die Parameter c_{13} , c_{32} und c_{2R} beschrieben. Die Systemparameter sind in Tabelle 1 aufgeführt. Es werden $q = 10$ Moden ange-

Beschreibung	Abk.	Wert
Querschnittfläche	A	$0,0154 \text{ m}^2$
Volumenstrom	Q_1	$1,2371 \cdot 10^{-04} \frac{\text{m}^3}{\text{s}}$
Ventil Parameter V_{13}	c_{13}	$2,5046 \cdot 10^{-05} \text{ m}^2$
Ventil Parameter V_{32}	c_{32}	$2,5046 \cdot 10^{-05} \text{ m}^2$
Ventil Parameter V_{2R}	c_{2R}	$1,9988 \cdot 10^{-05} \text{ m}^2$
Gravitationskonstante	g	$9,81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$
Prozessrauschen	σ_x	$1 \cdot 10^{-8} \text{ m}$
Messrauschen	σ_y	$5 \cdot 10^{-7} \text{ m}$

Tabelle 1: Systemparameter des Dreitankelements

nommen, wobei $m^{(1)}$ für das Modell des fehlerfreien Systemverhaltens steht und $m^{(i)}$, $i \in \{2, \dots, q\}$ je einen Sensor-, Aktor- oder Prozessfehler mit jeweils drei Fehleramplituden modellieren. Als Aktorfehler wird ein abweichender Volumenstrom u der Pumpe angenommen, der Prozessfehler ist ein Fehler im Ventil V_{13} und für den Messfehler liegt eine fehlerhafte Messung von y_1 vor. Die Fehlermoden mit den zugehörigen Werten

der angenommenen Fehleramplituden sind in Tabelle 2 aufgelistet.

Aktorfehler	Prozessfehler	Sensorfehler
$m^{(2)}, m^{(3)}, m^{(4)}$	$m^{(5)}, m^{(6)}, m^{(7)}$	$m^{(8)}, m^{(9)}, m^{(10)}$
$u^{(2)} = 1.2u_0$	$c_{13}^{(5)} = 0.7c_{13,0}$	$y_1^{(8)} = 1.2y_{1,0}$
$u^{(3)} = 1.4u_0$	$c_{13}^{(6)} = 0.5c_{13,0}$	$y_1^{(9)} = 1.4y_{1,0}$
$u^{(5)} = 1.6u_0$	$c_{13}^{(7)} = 0.3c_{13,0}$	$y_1^{(10)} = 1.6y_{1,0}$

Tabelle 2: Fehleramplituden

Für jedes modespezifische Partikelfilter werden $S = 1000$ Partikel verwendet. Die Modeübergangswahrscheinlichkeiten werden mit $\pi_{ij} = 0,9875$ für $i = j$ und ansonsten mit $\pi_{ij} = 0,0015$ angenommen.

Im Folgenden werden drei unterschiedliche Fehlerzenarien betrachtet, um das Verhalten des IMMFPF im Hinblick auf die Fehleridentifikation zu untersuchen. Die Modeschätzung der drei Szenarien wird in den Abbildungen 2, 4, 6 dargestellt und der RMS Fehler der Zustandsschätzungen ist in den Abbildungen 3, 5, 7 zu sehen.

Szenario 1. Zuerst entsprechen die aufgeprägten Fehleramplituden genau dem Wert, der durch einen der Moden modelliert wird. Die auftretenden Fehler sind

- ein Fehler der Stellgröße u für $50\text{s} < t \leq 200\text{s}$,
- ein Fehler im Ventil V_{13} für $250\text{s} < t \leq 300\text{s}$ und
- ein Messfehler für $450\text{s} < t \leq 600\text{s}$.

Für jeden der drei Fehler ändert sich die Fehleramplitude nach jeweils 50 Sekunden zu dem Wert des nächsten Modes. Der Mode und damit auch die Art des Fehlers und die Fehleramplitude werden richtig geschätzt, jedoch ungefähr eine Sekunde zu spät. Die Systemzustände werden sehr präzise geschätzt. Lediglich zum Zeitpunkt der Modewechsel hat der RMS Fehler einen kleinen Peak.

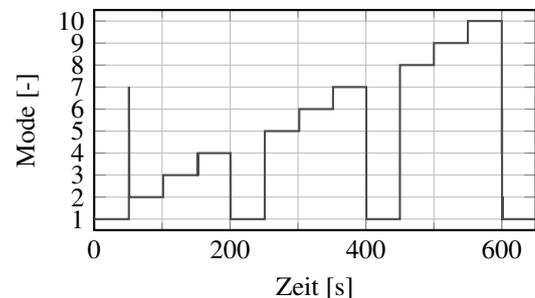
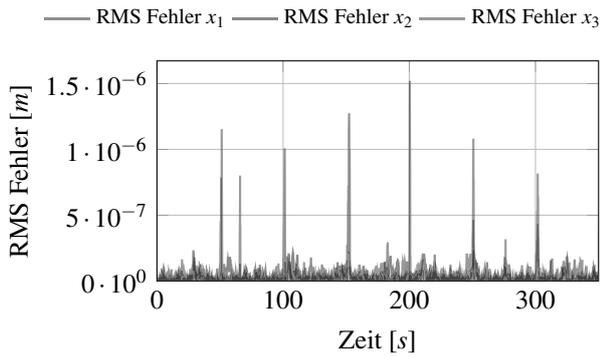
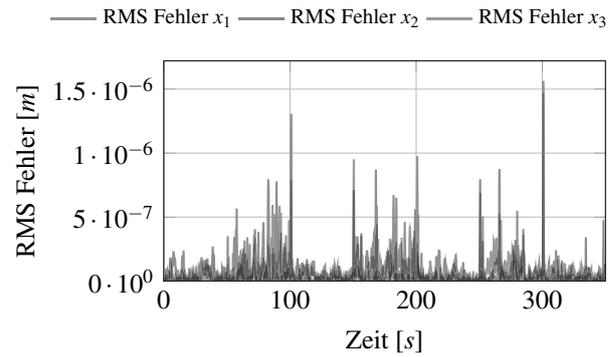


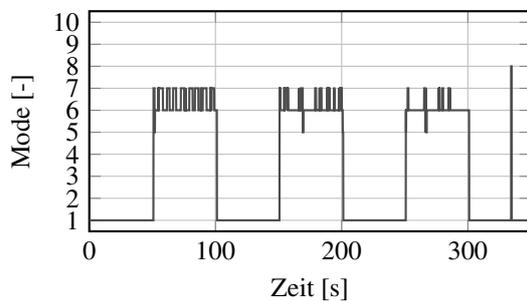
Abb. 2: Modeschätzung Szenario 1


Abb. 3: RMS Fehler der Zustandsschätzung Szenario 1

Abb. 5: RMS Fehler der Zustandsschätzung Szenario 2

Szenario 2. Als nächstes liegt die aufgeprägte Fehleramplitude jeweils zwischen zwei modespezifischen Fehlerwerten. Im Folgenden werden nur die Ergebnisse für den Prozessfehler im Ventil V_{13} mit einer Amplitude zwischen den Werten von $m^{(6)}$ und $m^{(7)}$ präsentiert, da das Verhalten für die anderen Fehler vergleichbar ist. Die aufgeprägten Fehleramplituden betragen

- $c_{13} = (c_{13}^{(6)} + c_{13}^{(7)})/2$ für $50s < t \leq 100s$,
- $c_{13} = (c_{13}^{(6)} + 3c_{13}^{(7)})/4$ für $150s < t \leq 200s$,
- $c_{13} = (c_{13}^{(6)} + 7c_{13}^{(7)})/8$ für $250s < t \leq 300s$, sonst
- $c_{13} = c_{13,0}$.

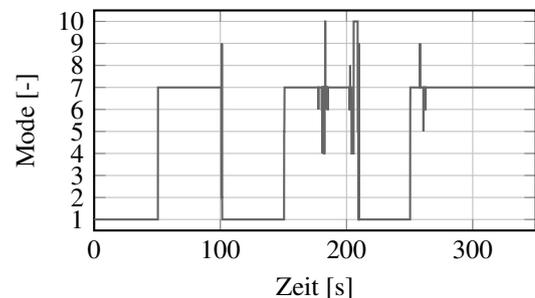
Die Modeschätzung wechselt zwischen den Moden, wo der Fehler liegt. Je näher die Fehleramplitude am Fehlerwert von $m^{(6)}$ liegt, desto öfter wird dieser Mode geschätzt. Die exakte Fehleramplitude kann jedoch nicht aus dem Verhältnis des Modewechsels bestimmt werden. Der RMS Fehler nimmt etwas zu, wenn ein Fehler auftritt, bleibt aber immer noch in der gleichen Größenordnung wie zuvor.


Abb. 4: Modeschätzung Szenario 2

Szenario 3. Im letzten Szenario werden Fehleramplituden aufgeprägt, die größer als die größte modellierte Amplitude sind. Wie zuvor werden nur die Ergebnisse für einen Fehler im Ventil V_{13} dargestellt. Die aufgeprägten Fehleramplituden betragen

- $c_{13} = 5/6c_{13}^{(7)}$ für $50s < t \leq 100s$,
- $c_{13} = 2/3c_{13}^{(7)}$ für $150s < t \leq 200s$,
- $c_{13} = 1/2c_{13}^{(7)}$ für $250s < t \leq 300s$, sonst
- $c_{13} = c_{13,0}$.

Solange die Fehleramplitude nah an den modellierten Werten liegt, kann der Mode immer noch richtig geschätzt werden. Bei einer größeren Amplitude wird die Modeschätzung jedoch immer ungenauer und ein Wechsel in den fehlerfreien Fall wird zu spät erkannt. Der RMS Fehler wird mit steigender Fehleramplitude größer und die Zustandsschätzung kann nicht mehr durchgeführt werden.


Abb. 6: Modeschätzung Szenario 3

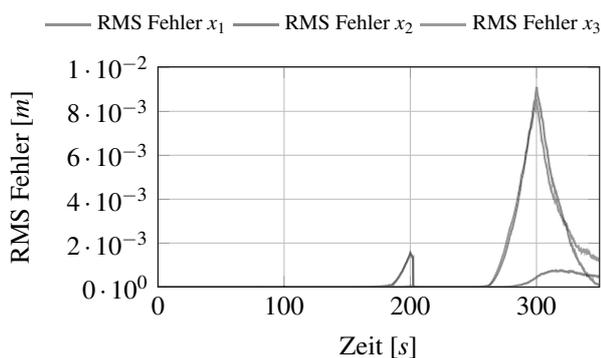


Abb. 7: RMS Fehler der Zustandsschätzung Szenario 3

4 Zusammenfassung

Der IMMPPF-Ansatz wird zur Fehleridentifikation bei einem Drei-Tank-System angewandt, wobei die Fehleramplitude jedes betrachteten Fehlers geeignet quantisiert wird. Folglich kommen pro Fehler so viele Moden zum Einsatz, wie es der Anzahl der Quantisierungsstufen entspricht. Es zeigt sich, dass die Fehleramplitude genau geschätzt werden kann, solange der Wert der realen Fehleramplitude einem der in den Moden verwendeten Amplitudenwerte entspricht. Liegt die tatsächliche Fehleramplitude zwischen zwei Werten der modellierten Größen, so kann die Art des Fehlers immer noch genau geschätzt werden, aber nicht die Fehleramplitude. Die Systemzustände werden nach wie vor erfolgreich geschätzt. Ist die reale Fehleramplitude jedoch größer als die größte modellierte Fehleramplitude, kann die reellwertige Zustandsgröße nicht mehr geschätzt werden. Die Art des Fehlers wird für nicht zu große Fehleramplituden noch erkannt, während die Detektion des Modewechsels zu spät bis gar nicht gelingt.

Um einen auftretenden Fehler lokalisieren zu können und um die Systemzustände zu schätzen, ist es daher notwendig, die Moden mit ihren spezifischen Fehleramplituden sinnvoll zu wählen, sodass alle möglichen Fehler in ihrer Art und Amplitude abgedeckt werden. Wenn zudem die Fehleramplitude bestimmt werden soll, kann die Anzahl der Quantisierungsstufen und damit auch die der Moden erhöht werden. Das führt jedoch auch zu einer Erhöhung der Rechenzeit. Ein sinnvollerer Ansatz ist die Modellierung der Fehleramplituden als erweiterte Zustandsvariablen. Dies führt jedoch zu einer hybriden Zustandsschätzung mit heterogenen Zustandsräumen, was für den IMM-Ansatz in [7] und GPB-Ansätze in [11] behandelt wurde, aber im Kontext von Partikelfiltern ein offenes Problem ist.

Literatur

- [1] Blanke, M., Kinnaert, M., Lunze, J., Staroswiecki, M., *Diagnosis and fault-tolerant control*, Springer, 2006.
- [2] Blom, H.A.P., Bar-Shalom, Y., *The interacting multiple model algorithm for systems with Markovian switching coefficients*, IEEE Transactions on Automatic Control, Vol. 33, No. 8, S. 780–783, 1988.
- [3] Blom, H.A.P., Bloem, E.A., *Exact Bayesian and particle filtering of stochastic hybrid systems*, IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems, Vol. 43, No. 1, S. 55–70, 2007.
- [4] Ding, S.X., *Model-based fault diagnosis techniques*, Springer, 2008.
- [5] Doucet, A., Godsill, S.J., Andrieu, C., *On sequential Monte Carlo sampling methods for Bayesian filtering*, Statistics and Computing, Vol. 10, No. 3, S. 197–208, 2000.
- [6] Driessen, H., Boers, Y., *An efficient particle filter for jump Markov nonlinear systems*, in IEE Target Tracking 2004: Algorithms and Applications, S. 19–22, 2004.
- [7] Granstroem, K., Willet, P., Bar-Shalom, Y., *Systematic approach to imm mixing for unequal dimension states*, IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems, Vol. 51, No. 5, S. 2975–2986, 2015.
- [8] Hofbaur, M., *Hybrid estimation of complex systems*, Springer, 2006.
- [9] Li, X., Jilkov, V., *Survey of maneuvering target tracking - part v: multiple-model methods*, in IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems, Vol. 41, No. 4, S. 1255–1320, 2005.
- [10] McGinnity, S., Irwin, G.W., *Multiple model bootstrap filter for maneuvering target tracking*, IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems, Vol. 36, No. 3, S. 1006–1012, 2000.
- [11] Skeli, E., Weidemann, D., *Multiple-model estimation applied to unequal, heterogeneous state space models*, in Proc. of Int. Conf. on Computer aided System Theory, S. 12–19, 2020.
- [12] Weidemann, D., Alkov, I., *Fault diagnosis of nonlinear differential-algebraic systems using hybrid estimation*, in Variable-Structure Approaches - Analysis, Simulation, Robust Control and Estimation of uncertain dynamic Processes, Rauh, A., Senkel, L. (Editoren), S. 283–307, Springer, 2016.