

# Simulation-based optimization in make-to-order production: Resource leveling for a special-purpose glass manufacturer

Carsten Ehrenberg und Jürgen Zimmermann  
carsten.ehrenberg@tu-clausthal.de juergen.zimmermann@tu-clausthal.de  
Institut für Wirtschaftswissenschaft der TU Clausthal  
Abteilung für BWL und Unternehmensforschung  
Julius-Albert-Str. 2, 38678 Clausthal-Zellerfeld

## Kurzfassung:

We consider a production planning problem that arises in make-to-order production of a company specialized in treatment, shape modification, and coating of special-purpose glasses. Due to the sensitive raw material and high quality specifications, the company's multi-stage manufacturing process is greatly affected by stochastic processing times and scrap rates. As production levels and product mix change frequently over time, smooth utilization of resources and simultaneously meeting of customer delivery dates are often not achieved. Consequently, undesirable effects result, e. g. costs for overtime and additional staff. The problem at hand consists of scheduling production orders under uncertainty in order to minimize variability in resource utilization over time. Against the background of the company's dynamic and complex production environment, discrete-event simulation (DES) represents an effective tool for analyzing the impact of alternative scheduling policies and resource configurations, but it fails in efficiently guiding the search for optimal control parameters, e.g. schedules of production orders that take the resource leveling objective into account. To overcome this drawback, we propose a simulation-based proactive-reactive optimization approach. While robust baseline schedules are obtained from the solution of a mixed-integer-programming model (MIP), additional reactive rescheduling techniques are embedded into simulation to cope with uncertainties, e.g. stochastic processing times. We illustrate the interaction of the MIP model and the DES model and present preliminary results indicating the effectiveness of our approach.

## 1 Einleitung

Für mittelständische Zulieferunternehmen von optisch vergüteten Gläsern, die auf Basis individueller Kundenaufträge produzieren, besitzt eine effektive *Terminplanung* der Fertigungsaufträge unter gleichzeitiger Beachtung von *Zeit- und Ressourcenrestriktionen* entscheidende Bedeutung. Der eingesetzte Werkstoff Glas stellt ein sensibles und schwer zu verarbeitendes Material dar, bei dessen Bearbeitung kleinste Abweichungen von teilweise nicht kontrollierbaren Parametern, wie z. B. Luftfeuchtigkeit und Beschaffenheit des Ausgangsmaterials, zu Ausschussquoten im hohen zweistelligen Prozentbereich sowie schwer antizipierbaren Schwankungen der Bearbeitungsdauern führen. Im Rahmen der Produktionsplanung stellt die *gleichmäßige Auslastung* der Ressourcen eine wichtige Zielsetzung dar (vgl. [2]), die mit den derzeit eingesetzten Planungsmethoden (PPS- bzw. ERP-Systeme) jedoch nur unzureichend gelingt. Die gängige Vorgehensweise, bei der Mittelwerte für die stochastischen Ausschussquoten und Bearbeitungsdauern verwendet werden, führt in Kombination mit glasspezifischen Wahrscheinlichkeitsverteilungen, die sich durch eine starke Streuung der Einzelwerte auszeichnen, regelmäßig zu einer Über- bzw. Unterbelastung der Ressourcen. In diesem Beitrag stellen wir einen *simulationsbasierten Optimierungsansatz* vor, der im Hinblick auf die Anforderungen der Terminplanung bei

Werkstattfertigung in der Spezialglasfertigung entwickelt wurde.

Ansätze der simulationsbasierten Optimierung werden in der Praxis zunehmend im Bereich der Termin- und Kapazitätsplanung eingesetzt (vgl. [10]). Hierbei erfolgt i. d. R. eine Integration von Simulation und Optimierung, bei der die Simulation sowohl zur Bewertung von generierten Lösungsalternativen im Hinblick auf ein oder mehrere Zielkriterien als auch zur lokalen Reoptimierung eingesetzt wird. Die lokale Reoptimierung erfolgt z. B. durch Dispatching-Regeln oder durch Dekompositionsansätze, bei denen Teilprobleme des übergeordneten Planungsproblems mit Hilfe exakter oder (meta-)heuristischer Verfahren gelöst werden (vgl. [1], [10, Kap. 17]). Für die Terminplanung unter Berücksichtigung stochastischer Störeinflüsse werden in der Literatur häufig Ansätze aus dem Bereich der vollständig reaktiven *Online-Planung* vorgeschlagen (vgl. [14]), deren Umsetzung für mittelständische Unternehmen jedoch meist mit erheblichem Aufwand verbunden ist. Eine mit geringerem Aufwand in ein bestehendes Produktionssystem zu implementierende Alternative stellt die *robuste* bzw. *prädiktiv-reaktive* Planung dar (vgl. [5]). Die Generierung robuster Pläne mit Hilfe simulationsbasierter Optimierungsansätze wurde bisher lediglich vereinzelt untersucht. In [8] wird hierzu eine auf der Erzeugung von Ablaufplänen mit Hilfe genetischer Algorithmen basierende Vorgehensweise vorgeschlagen, bei der jedoch eine relativ große Anzahl an Plänen generiert und bewertet werden muss, was i. d. R. sehr zeitaufwendig ist. Angesichts der im vorliegenden Beitrag betrachteten Problemstellung und des komplexen Produktionssystems erscheint eine derartige Vorgehensweise zu rechenintensiv. Die Grundlage der im Folgenden gewählten Vorgehensweise besteht darin, das vorliegende Planungsproblem als *ressourcenbeschränktes Projektplanungsproblem* zu interpretieren (Kap. 2). Mit Hilfe eines Optimierungsmodells werden *robuste Produktionspläne* erzeugt, die zu einer möglichst gleichmäßigen Auslastung der eingesetzten Ressourcen führen. Durch die Integration eines *Szenarioansatzes* in das Optimierungsmodell wird ein möglichst breites Spektrum an Unsicherheitsfaktoren berücksichtigt und gleichzeitig die Anzahl zu untersuchender Pläne reduziert (Kap. 3 und 4). Um die Robustheit von Plänen zu bewerten, wird ein Simulationsmodell des Produktionssystems verwendet, in dem *reaktive Politiken* implementiert wurden (Kap. 5).

## 2 Modellierung als Projektplanungsproblem

Im Rahmen der Spezialglasfertigung werden kleine bis mittlere Serien gefertigt, wobei verschiedene Glasvarianten in mehreren Bearbeitungsoperationen u. a. geschliffen, gehärtet, bedruckt und laminiert werden. Aufgrund der spezifischen Anforderungen erfolgt die Produktion grundsätzlich kundenauftragsorientiert. Hierbei ist für jeden Auftrag ein durch Materialverfügbarkeiten bedingter frühester Starttermin sowie ein durch den Kunden gewünschter spätester Fertigstellungstermin vorgegeben. Zur Durchlaufzeitreduzierung wird in offener Fertigung gearbeitet, wobei der Transport zwischen aufeinanderfolgenden Arbeitsgängen auf produktspezifischen Transporthilfsmitteln erfolgt. Im Folgenden wird jeder Auftrag als „Projekt“ interpretiert, welches im Hinblick auf die im Arbeitsplan definierten ablauforganisatorischen bzw. technologischen Reihenfolgen und unter Einsatz knapper Ressourcen fristgerecht zum Kundentermin fertiggestellt werden muss (vgl. [11]). Unser Ziel ist es, die Bearbeitungsoperationen, die als Vorgänge des Projekts interpretiert werden, so zu terminieren, dass eine möglichst gleichmäßige Auslastung der Ressourcen erreicht wird.<sup>1</sup>

---

<sup>1</sup>Im Folgenden werden die Ausdrücke Bearbeitungsoperation und Vorgang synonym verwendet.

Zur Darstellung des Planungsproblems verwenden wir ein *MPM-Netzwerk*  $\mathcal{N} = \langle \mathcal{V}, \mathcal{E}; \delta \rangle$  mit Knotenmenge  $\mathcal{V}$ , Pfeilmenge  $\mathcal{E}$  und Pfeilbewertungen  $\delta : \mathcal{E} \rightarrow \mathbb{Z}$ . Wir ordnen jeder Bearbeitungsoperation (bzw. jedem Vorgang) eindeutig einen Knoten  $i \in \mathcal{V}$  zu. Zusätzlich führen wir zwei *fiktive* Vorgänge 0 und  $n + 1$  ein, die den Beginn bzw. das Ende des Planungszeitraums  $T$  darstellen, d. h.  $\mathcal{V} := \{0, 1, \dots, n, n + 1\}$ . Der Planungszeitraum  $T := \{0, \dots, \bar{d}\}$  besteht aus  $\bar{d}$  diskreten Zeitpunkten. Wir wählen ein *stündliches Zeitraster*, d. h. die Differenz zwischen zwei Zeitpunkten  $t - 1$  und  $t$  ( $t \in \{1, \dots, \bar{d}\}$ ) ist konstant und beträgt jeweils eine Stunde. Sei  $S_i \in \mathbb{Z}_{\geq 0}$  der Startzeitpunkt,  $p_i \in \mathbb{Z}_{\geq 0}$  die Dauer und  $C_i := S_i + p_i$  der Endzeitpunkt von Vorgang  $i$ . Einen Vektor  $S = (S_0, S_1, \dots, S_{n+1})$ , der als Komponenten die Startzeitpunkte der Vorgänge  $i \in \mathcal{V}$  enthält, bezeichnen wir als *Schedule*. Zwischen zwei Bearbeitungsoperationen  $i, j \in \mathcal{V}, i \neq j$  können allgemeine zeitliche Abhängigkeiten in Form von Mindestabständen  $d_{ij}^{\min} \in \mathbb{Z}_{\geq 0}$  und Höchstabständen  $d_{ij}^{\max} \in \mathbb{Z}_{\geq 0}$  vorliegen, die wir aus dem zugehörigen Arbeitsplan ableiten. Da sich beliebige Zeitabstände zwischen den Start- und Endzeitpunkten zweier Bearbeitungsoperationen zu zeitlichen Abständen zwischen den Startzeitpunkten umformulieren lassen (vgl. [15]), gehen wir davon aus, dass sich die Mindest- und Höchstabstände stets auf die Startzeitpunkte der betroffenen Operationen beziehen. Existiert beispielsweise zwischen  $i$  und  $j$  eine *Vorrangbeziehung*  $d_{ij}^{\min} = p_i$ , d. h.  $j$  kann frühestens nach dem Ende der vorgelagerten Bearbeitungsoperation  $i$  starten, so können wir statt der Nebenbedingung  $S_j \geq C_i$  äquivalent  $S_j - S_i \geq p_i$  fordern. Für die weiteren Betrachtungen formulieren wir sämtliche *Zeitrestriktionen* als Ungleichungen der Form  $S_j - S_i \geq \delta_{ij}$ , ( $\langle i, j \rangle \in \mathcal{E}$ ), indem wir  $\delta_{ij} := d_{ij}^{\min}$  für Mindestabstände und  $\delta_{ji} := -d_{ij}^{\max}$  für Höchstabstände setzen. Auf Basis des beschriebenen MPM-Netzwerks lässt sich durch Methoden der Netzplantechnik für einen Vorgang  $i \in \mathcal{V}$  der früheste Startzeitpunkt  $ES_i$  und der späteste Startzeitpunkt  $LS_i$  und damit das *Zeitfenster*  $\{ES_i, \dots, LS_i\}$  bestimmen, in dem der betrachtete Vorgang aufgrund der Zeitrestriktionen starten muss. Ein Schedule  $S$  mit  $S_i \in \{ES_i, \dots, LS_i\}$ , der die Zeitrestriktionen erfüllt, heißt *zeitzulässig*. Für Erläuterungen zur Konstruktion von MPM-Netzwerken und zur Zeitplanung sei an dieser Stelle auf [15, Abschnitt 1.4.3] verwiesen.

Für die Ausführung einer Bearbeitungsoperation werden in der Regel *erneuerbare* Ressourcen (z. B. Mitarbeiter, Maschinen), *kumulative* Ressourcen (z. B. Pufferplätze, Transporthilfsmittel) oder *nicht-erneuerbare* Ressourcen (z. B. Rohmaterial, Kapital) benötigt. In diesem Beitrag beschränken wir unsere Betrachtungen der Einfachheit halber auf eine Menge erneuerbarer Ressourcen  $\mathcal{R}$ , die beansprucht, aber nicht verbraucht werden. Für eine Übersicht über weitere Ressourcentypen und Ansätze zur entsprechenden Erweiterung der in diesem Beitrag vorgestellten Modelle sei auf [4] und [6] verwiesen. Eine Bearbeitungsoperation  $i \in \mathcal{V}$  nimmt während ihrer Ausführung die Ressource  $k \in \mathcal{R}$  mit  $r_{ik} \in \mathbb{Z}_{\geq 0}$  Einheiten in Anspruch. Zu jedem Zeitpunkt stehen  $R_{kt} \in \mathbb{Z}_{\geq 0}$  Einheiten der Ressource  $k \in \mathcal{R}$  zur Verfügung. Eine zulässige Lösung für unser Planungsproblem muss sowohl zeitzulässig als auch *ressourcenzulässig* sein, d. h. die durch Schedule  $S$  induzierte kumulierte Ressourceninanspruchnahme  $r_k(S, \cdot)$  einer Ressource  $k \in \mathcal{R}$  darf zu keinem Zeitpunkt  $t \in T$  das verfügbare Ressourcenangebot  $R_k$  übersteigen. Mit  $\mathcal{A}(S, t) := \{i \in \mathcal{V} : S_i \leq t < C_i\}$  identifizieren wir die Menge der sich zum Zeitpunkt  $t$  in Ausführung befindenden Vorgänge und fordern für jeden Zeitpunkt  $t \in T$

$$r_k(S, t) := \sum_{i \in \mathcal{A}(S, t)} r_{ik} \leq R_{kt}.$$

Um die gleichmäßige Auslastung der Ressourcen zu erreichen, definieren wir für jede Ressource

$k \in \mathcal{R}$  zwei wöchentliche Kapazitätskonten  $K_{kw}$  und  $\tilde{K}_{kw}$ . Die Menge der Wochen im Planungszeitraum bezeichnen wir mit  $\mathcal{W}$ , wobei die Zeitpunkte  $t_w \in T$  bzw.  $t_{w+1} \in T$  jeweils den Beginn bzw. das Ende von Woche  $w \in \mathcal{W}$  repräsentieren. Wir unterstellen, dass eine Bearbeitungsoperation  $i \in \mathcal{V}$  mit  $r_{ik} > 0$  das Kapazitätskonto  $K_{kw}$  mit  $p_i r_{ik}$  Zeiteinheiten belastet, wenn Vorgang  $i$  in Woche  $w$  startet, d. h., wenn  $t_w \leq S_i < t_{w+1}$ . Kapazitätskonto  $\tilde{K}_{kw}$  wird hingegen nur mit dem Anteil der Ausführungsdauer von Vorgang  $i \in \mathcal{V}$  belastet, der tatsächlich in Woche  $w$  anfällt und stellt somit eine detailliertere Betrachtungsweise dar. Für das erste Kapazitätskonto gilt

$$K_{kw} := \sum_{i \in \mathcal{A}(S,w)} p_i r_{ik}, \quad (k \in \mathcal{R}, w \in \mathcal{W}) \text{ mit } \mathcal{A}(S,w) := \{i \in \mathcal{V} : t_w \leq S_i < t_{w+1}\}.$$

Zur Berechnung des zweiten Kapazitätskontos benötigen wir den Anteil der Ausführungsdauer  $\rho_{iw}$  eines Vorgangs  $i \in \mathcal{V}$  in Woche  $w \in \mathcal{W}$ . Hierbei gilt

$$\rho_{iw} := \begin{cases} p_i, & \text{wenn } S_i \geq t_w \wedge C_i \leq t_{w+1} \\ t_{w+1} - S_i, & \text{wenn } S_i \geq t_w \wedge C_i \geq t_{w+1} \\ t_{w+1} - t_w, & \text{wenn } S_i < t_w \wedge C_i > t_{w+1} \\ C_i - t_w, & \text{wenn } S_i \leq t_w \wedge C_i < t_{w+1} \\ 0, & \text{sonst.} \end{cases}$$

Für die Berechnung des zweiten Kapazitätskontos folgt dann

$$\tilde{K}_{kw} := \sum_{i \in \mathcal{V}} \rho_{iw} r_{ik}, \quad (k \in \mathcal{R}, w \in \mathcal{W}).$$

Um eine möglichst gleichmäßige Ressourcenauslastung auf Wochenbasis zu erreichen, verwenden wir die beiden quadratischen Zielfunktionen

$$f_1 := \sum_{k \in \mathcal{R}} \sum_{w \in \mathcal{W}} K_{kw}^2 \quad \text{und} \quad f_2 := \sum_{k \in \mathcal{R}} \sum_{w \in \mathcal{W}} \tilde{K}_{kw}^2.$$

Anschaulich bedeutet das Quadrieren der Kapazitätskonten, dass hohe Belastungen einer Ressource deutlich stärker gewichtet und somit zugunsten niedriger und gleichmäßiger Belastungen vermieden werden. Zusammenfassend ergibt sich das im Folgenden betrachtete *Ressourcennivellierungsproblem* (RLP), wobei je nach gewünschtem Detaillierungsgrad  $f_1$  oder  $f_2$  als Zielfunktion gewählt werden kann.

$$\begin{aligned} & \text{Minimiere } f_1 \quad \text{oder} \quad f_2 \\ \text{u. d. N.} \quad & S_j - S_i \geq \delta_{ij} \quad (\langle i, j \rangle \in \mathcal{E}) \end{aligned} \tag{2.1}$$

$$r_k(S, t) \leq R_{kt} \quad (k \in \mathcal{R}, t \in T) \tag{2.2}$$

$$S_0 = 0 \tag{2.3}$$

$$S_i \geq 0 \quad (i \in \mathcal{V}) \tag{2.4}$$

### 3 Gemischt-ganzzahliges lineares Optimierungsmodell

Im Folgenden stellen wir ein gemischt-ganzzahliges lineares Modell für Problem (2.1) – (2.4) mit Zielfunktion  $f_1$  vor, welches auf einer *zeitindexbasierten* Formulierung beruht (vgl. [12], [15]) und mit Hilfe leistungsfähiger Optimierungssoftware gelöst werden kann. Anstelle der

Entscheidungsvariablen  $S_i$  betrachten wir für jeden Vorgang  $i \in \mathcal{V}$  eine Menge von binären Entscheidungsvariablen  $x_{it}$  mit  $t \in \{ES_i, \dots, LS_i\}$ , wobei  $x_{it} := 1$  für  $t = S_i$  und  $x_{it} := 0$  für alle übrigen Zeitpunkte  $t \neq S_i$  gilt. Sei durch den Parameter  $H_{kw}$  die in Woche  $w \in \mathcal{W}$  für Ressource  $k \in \mathcal{R}$  zur Verfügung stehende Gesamtarbeitszeit gegeben. Zur Linearisierung von Zielfunktion  $f_1$  unterteilen wir das Intervall möglicher Ressourceninanspruchnahmen  $[0, \dots, H_{kw}]$  in  $H_{kw}$  gleichgroße Teilintervalle  $[0,1], (1,2], \dots, (H_{kw} - 1, H_{kw}]$  und führen in Anlehnung an [13] für jedes dieser Teilintervalle eine kontinuierliche Variable  $0 \leq y_{kwh} \leq 1$  ( $k \in \mathcal{R}, w \in \mathcal{W}, h \in \{1, \dots, H_{kw}\}$ ) ein. Mit Hilfe der Nebenbedingungen

$$K_{kw} = \sum_{h=1}^{H_{kw}} y_{kwh} \quad (k \in \mathcal{R}, w \in \mathcal{W})$$

kann die Höhe  $h$  der Beanspruchung eines Kapazitätskontos durch die Summe der  $y_{kwh}$ -Variablen ausgedrückt werden. Über einen Richtungsfaktor  $2h - 1$ , der den Unterschied zwischen Inanspruchnahme  $h^2$  und  $(h-1)^2$  angibt, erreichen wir, dass die Beanspruchungen der Kapazitätskonten quadratisch in die Zielfunktion eingehen. Es ergibt sich das folgende Optimierungsmodell (MIP) für Zielfunktion  $f_1$

$$\begin{aligned} \text{Minimiere} \quad & \sum_{k \in \mathcal{R}} \sum_{w \in \mathcal{W}} \sum_{h=1}^{H_{kw}} (2h - 1) y_{kwh} \\ \text{u.d.N.} \quad & \sum_{t=ES_i}^{LS_i} x_{it} = 1 \quad (i \in \mathcal{V}) \end{aligned} \quad (3.1)$$

$$\sum_{t=ES_j}^{LS_j} t x_{jt} - \sum_{t=ES_i}^{LS_i} t x_{it} \geq \delta_{ij} \quad (\langle i, j \rangle \in \mathcal{E}) \quad (3.2)$$

$$\sum_{i \in \mathcal{V}} r_{ik} \sum_{\tau=\max\{ES_i, t-p_i+1\}}^{\min\{t, LS_i\}} x_{i\tau} \leq R_{kt} \quad (k \in \mathcal{R}, t \in T) \quad (3.3)$$

$$\sum_{i \in \mathcal{V}} \sum_{\tau=t_w}^{t_{w+1}-1} x_{i\tau} p_i r_{ik} = K_{kw} \quad (k \in \mathcal{R}, w \in \mathcal{W}) \quad (3.4)$$

$$K_{kw} = \sum_{h=1}^{H_{kw}} y_{kwh} \quad (k \in \mathcal{R}, w \in \mathcal{W}) \quad (3.5)$$

$$x_{00} = 1 \quad (3.6)$$

$$x_{it} \in \{0, 1\} \quad (i \in \mathcal{V}, t \in \{ES_i, \dots, LS_i\}) \quad (3.7)$$

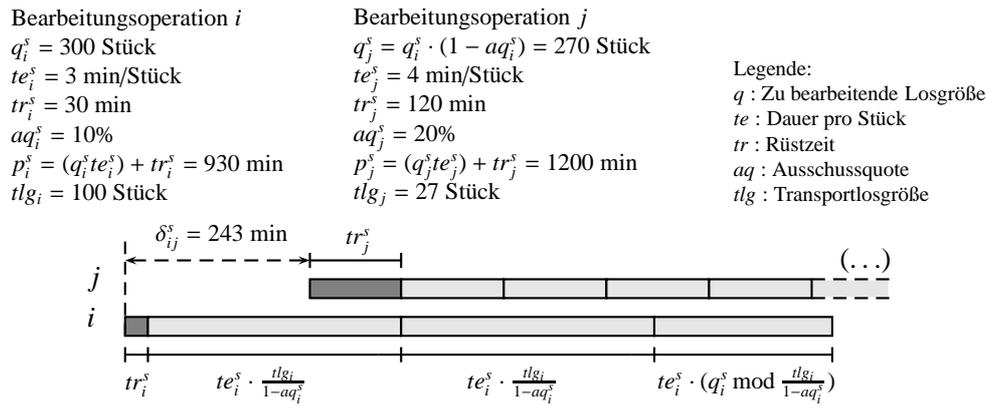
$$0 \leq y_{kwh} \leq 1 \quad (w \in \mathcal{W}, h \in \{1, \dots, H_{kw}\}) \quad (3.8)$$

Durch Bedingungen (3.1) wird gewährleistet, dass jede Bearbeitungsoperation genau einmal gestartet wird. Bedingungen (3.2) stellen analog zu den Bedingungen (2.1) sicher, dass die vorgegebenen Mindest- und Höchstabstände zwischen den Bearbeitungsoperationen eingehalten werden. Mit Hilfe der Nebenbedingungen (3.3) wird erreicht, dass die gesamte Ressourceninanspruchnahme aller sich zum Zeitpunkt  $t$  in Ausführung befindenden Vorgänge die vorgegebene Ressourcenkapazität nicht übersteigt. Nebenbedingung (3.6) entspricht der Bedingung (2.3). Die Beanspruchung des Kapazitätskontos  $K_{kw}$  von Ressource  $k$  in einer bestimmten Woche  $w$  wird durch die Nebenbedingungen (3.4) wiedergegeben.

Um Zielfunktion  $f_2$  abzubilden, kann das Modell (MIP) um zusätzliche Binärvariablen  $\tilde{x}_{it}$  ( $i \in \mathcal{V}, t \in T$ ) erweitert werden, die genau dann den Wert eins annehmen, wenn sich Vorgang  $i$  zum Zeitpunkt  $t$  in Ausführung befindet. Da das resultierende Modell über mehr Nebenbedingungen und Variablen verfügt als das Modell für Zielfunktion  $f_1$ , wird zur Lösung deutlich mehr Rechenzeit benötigt. Im Folgenden betrachten wir Zielfunktion  $f_1$ . Der beschriebene Ansatz lässt sich jedoch analog auf Zielfunktion  $f_2$  anwenden.

## 4 Ein Szenarioansatz zur Erzeugung robuster Pläne

Bei der Generierung *robuster Ablaufpläne* sind im Bereich der Spezialglasfertigung stochastische Bearbeitungszeiten und Ausschussquoten zu berücksichtigen. Diese beiden unsicheren Problemparameter werden im Folgenden bei der Optimierung mit Hilfe eines *Szenarioansatzes* antizipiert (vgl. [3], [7]). Die Generierung von Szenarien erfolgt mit einem Simulationsmodell des betrachteten Produktionssystems sowie auf Grundlage von Wahrscheinlichkeitsverteilungen, die mit Hilfe einer Analyse von BDE-Daten bestimmt und im Simulationsmodell implementiert wurden (vgl. [9]). Jedes Szenario  $s \in \mathcal{U}$  wird hierbei durch eine entsprechende Ausprägung der Bearbeitungsdauern  $p_i^s$  ( $i \in \mathcal{V}$ ) und der Zeitabstände  $\delta_{ij}^s$  ( $(i, j) \in \mathcal{E}$ ) spezifiziert. Zur Veranschaulichung der Berechnung szenarioabhängiger Zeitabstände betrachten wir in Abbildung 1 zwei aufeinanderfolgende Bearbeitungsoperationen  $i$  und  $j$ , die laut Arbeitsplan in offener Fertigung (d. h. überlappend) ausgeführt werden.



**Bild 1:** Szenarioabhängiger Mindestabstand

Bearbeitungsoperation  $j$  ist langsamer als Bearbeitungsoperation  $i$ . Daher ist der Rüstvorgang von  $j$  zeitlich soweit vorzuerlagern, dass unmittelbar mit der Bearbeitung begonnen werden kann, sobald das erste Transportlos zur Verfügung steht. Für das betrachtete Szenario  $s$  ist somit ein Mindestabstand in Höhe von  $\delta_{ij}^s := tr_i^s + te_i^s \cdot \frac{tlg_i}{1-aq_i^s} - tr_j^s$  zwischen den Bearbeitungsoperationen  $i$  und  $j$  einzuhalten, der von den stochastischen Problemparametern  $tr_i^s$ ,  $te_i^s$ ,  $aq_i^s$  und  $tr_j^s$  abhängt.

Im Folgenden erläutern wir, welche Erweiterungen des Modells (MIP) notwendig sind, um einen Schedule  $S^{\mathcal{U}} = (S_0^*, \dots, S_{n+1}^*)$  zu bestimmen, der bei Eintritt der Szenarien  $s \in \mathcal{U}$  im Mittel zur gleichmäßigsten Ressourcenauslastung führt. Wir ersetzen zunächst die Variablen  $K_{kw}$  und  $y_{kwh}$  durch szenarioabhängige Variablen  $K_{kw}^s$  und  $y_{kwh}^s$ . Die Variablen  $x_{it}$  sind szenariounabhängig und werden unverändert übernommen. Sofern Nebenbedingungen mindestens eine szenarioabhängige Variable oder einen szenarioabhängigen Parameter enthalten, werden sie durch

szenarioabhängige Restriktionen ersetzt. Beispielsweise werden die Bedingungen (3.4) zu Bedingungen

$$\sum_{i \in \mathcal{V}} \sum_{\tau=t_w}^{t_{w+1}-1} x_{i\tau} p_i^s r_{ik} = K_{kw}^s \quad (s \in \mathcal{U}, k \in \mathcal{R}, w \in \mathcal{W})$$

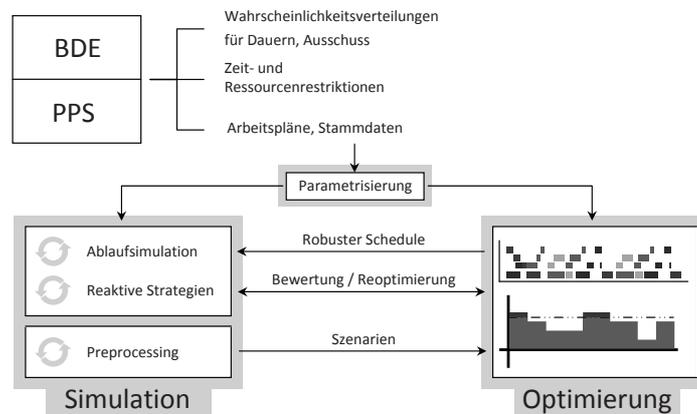
transformiert. Analog werden die Bedingungen (3.3) und (3.5) angepasst, (3.1) und (3.6) bleiben unverändert. Ferner ersetzen wir Zielfunktion  $f_1$  durch den Ausdruck

$$\sum_{s \in \mathcal{U}} \sum_{k \in \mathcal{R}} \sum_{w \in \mathcal{W}} \sum_{h=1}^{H_{kw}} \frac{1}{|\mathcal{U}|} (2h-1) y_{kwh}^s.$$

Hinsichtlich der Zeitrestriktionen (3.2) ist zu beachten, dass für einen zeitzulässigen Schedule stets  $S_j^* - S_i^* \geq \bar{\delta}_{ij} := \max_{s \in \mathcal{U}} \delta_{ij}^s$  gelten muss. Erfolgt die Bestimmung frühester und spätester Startzeitpunkte  $ES_i$  und  $LS_i$  ( $i \in \mathcal{V}$ ) unter Verwendung von  $\bar{\delta}_{ij}$  ( $(i, j) \in \mathcal{E}$ ), so sind diese Startzeitpunkte für alle Szenarien  $s \in \mathcal{U}$  gültig. In den Bedingungen (3.2) brauchen wir somit lediglich  $\delta_{ij}$  durch  $\bar{\delta}_{ij}$  ersetzen und können auf die Erweiterung um einen Laufindex für Szenarien verzichten. Wir bezeichnen das resultierende szenariobasierte Modell mit (MIP $^{\mathcal{U}}$ ).

## 5 Integration von Simulation und Optimierung

Im Rahmen unseres Praxisprojektes mit einem mittelständischen Spezialglasunternehmen wurde der beschriebene Optimierungsansatz mit einem diskret-ereignisorientierten Simulationsmodell gekoppelt und zur Terminplanung eingesetzt. Typische Probleminstanzen auf 4-Wochenbasis wiesen hierbei einen Umfang von 15 bis 20 Aufträgen mit durchschnittlich 6 bis 10 zu planenden Bearbeitungsoperationen sowie bis zu 15 Ressourcen auf, d. h.  $|\mathcal{V}| \approx 120$ ,  $|\mathcal{R}| \approx 15$ ,  $|T| = 672$ .



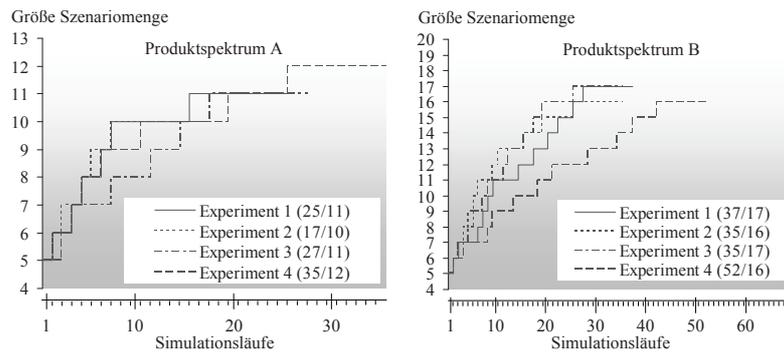
**Bild 2:** Integration von Simulation und Optimierung

Mit Hilfe des mit der Simulationssoftware *ExtendSim 8.0.1* implementierten Simulationsmodells konnten relevante materialflusstechnische Aspekte (z. B. Verwendung produktspezifischer Transporthilfsmittel, Pufferplatzbeschränkungen), die bei der Planung großformatiger Werkstücke (z. B. Displayvorsatzscheiben) von Bedeutung sind, detailliert abgebildet werden. Darüber hinaus erlaubt ein modularer und datenbankbasierter Aufbau die schnelle Rekonfiguration der Simulation bei Änderungen des Produktportfolios oder der Ressourcenkonfigurationen. Ein Vorteil der realisierten Integration von Simulation und Optimierung liegt darin, dass

durch die Berücksichtigung dynamischer und stochastischer Wechselwirkungen eine hohe *Planungsgenauigkeit* erreicht, sowie die Suche nach optimalen Startterminen der Bearbeitungsoperationen systematisiert wird. Zudem wird durch die robuste Optimierung eine erhöhte *Planstabilität* erzielt. Die Modelle (MIP) und (MIP<sup>U</sup>) wurden mit Hilfe der Optimierungssoftware *FICO Xpress 7.2* modelliert und gelöst. Abbildung 2 zeigt eine schematische Darstellung des Integrationsansatzes. In einem *Preprocessing-Schritt* wird basierend auf den Wahrscheinlichkeitsverteilungen der Bearbeitungsdauern und Ausschussquoten eine Menge  $\mathcal{U}$  an Szenarien erzeugt, auf deren Grundlage das Optimierungsmodell (MIP<sup>U</sup>) einen robusten Schedule  $S^{\mathcal{U}}$  generiert. Dieser Schedule wird mit Hilfe mehrerer Simulationsläufe hinsichtlich seiner Robustheit bewertet. Hierbei wird für jeden Simulationslauf ein neues Szenario  $\tilde{s}$  erzeugt, wobei in der Regel  $\tilde{s} \notin \mathcal{U}$  gilt. Da ein Szenario  $\tilde{s}$  erheblich von den bei der Erzeugung von  $S^{\mathcal{U}}$  verwendeten Szenarien abweichen kann, sind im Simulationsmodell mehrere reaktive Strategien implementiert, die dazu dienen, bei Nichtdurchführbarkeit von  $S^{\mathcal{U}}$  eine *lokale Reoptimierung* durchzuführen. Die simulative Umsetzung eines Schedules  $S^{\mathcal{U}}$  wird über Prioritätsregeln so gesteuert, dass die vorgegebenen Bearbeitungsreihenfolgen auf den Ressourcen möglichst eingehalten werden, d. h. wenn zum Simulationszeitpunkt  $t$  mehrere Operationen mit der Bearbeitung auf Ressource  $k \in \mathcal{R}$  starten können, wird diejenige als erste begonnen, die laut  $S^{\mathcal{U}}$  den kleinsten Startzeitpunkt besitzt. Es ist außerdem möglich, dass auf einer Ressource eine *Leerlaufzeit* in Kauf genommen wird. Hierbei wird zum Zeitpunkt  $t \in [t_w, t_{w+1}[$  geprüft, ob die gemäß Schedule  $S^{\mathcal{U}}$  zu bearbeitende Operation  $i$  mit  $S_i^* \in [t_w, t_{w+1}[$  und  $S_i^* \leq t$  verfügbar ist (d. h. ob bereits zu bearbeitende Werkstücke vorliegen) und ob unter Berücksichtigung der Zeitrestriktionen (2.1) mit der Bearbeitung gestartet werden kann. Falls dies nicht der Fall ist, wird der Start von  $i$  soweit verzögert, bis die Restverfügbarkeit der Ressource  $k$  in Woche  $w$  gerade noch ausreicht, um den gemäß  $K_{kw}$  geplanten Arbeitsinhalt zu fertigen. Zur Veranschaulichung einer reaktiven Strategie, die *Materialflussabbrisse* vermeiden soll, betrachten wir wieder Abbildung 1 und gehen davon aus, dass bei Bearbeitungsoperation  $i$  im (Simulations-)Szenario  $\tilde{s}$  eine Ausschussquote in Höhe von  $aq_i^{\tilde{s}} = 30\%$  gilt. Bearbeitungsoperation  $i$  ist nun effektiv langsamer als  $j$ . Die Einhaltung des ursprünglich gültigen Mindestabstands  $\delta_{ij}^s$  würde zu einem Materialflussabbriss und damit zu vermehrtem Rüstaufwand auf Stufe  $j$  führen. Die für diesen Fall implementierte reaktive Strategie basiert darauf, Mindestabstände zwischen zwei Bearbeitungsoperationen  $i, j \in \mathcal{V}$  auf Grundlage der realisierten Prozessparameter  $te_i^{\tilde{s}}$  und  $aq_i^{\tilde{s}}$  während der Simulation neu zu prognostizieren und Bearbeitungsoperationen so zu verzögern, dass ein Materialflussabbriss vermieden wird.

Wenn die Anzahl an reaktiven Maßnahmen, die während eines Simulationslaufs für ein Szenario  $\tilde{s}$  durchgeführt werden, groß ist, deutet dies darauf hin, dass die praktische Umsetzung des zugrundeliegenden Schedules  $S^{\mathcal{U}}$  bei Eintreten von  $\tilde{s}$  wahrscheinlich zu *Planinstabilitäten* und zu einer ungleichmäßigen Ressourcenauslastung führt. In diesem Fall bestimmen wir mit Hilfe von Modell (MIP) und unter Verwendung der in diesem Szenario realisierten Bearbeitungsdauern und Ausschussquoten einen optimalen Schedule  $S^{\tilde{s}}$  für Szenario  $\tilde{s}$ . Die Abweichung zwischen  $S^{\tilde{s}}$  und  $S^{\mathcal{U}}$  messen wir durch ein *ordnungsbasiertes Ähnlichkeitsmaß* (vgl. [5]), bei dem sich ähnliche Pläne durch eine ähnliche Reihenfolge der auf den einzelnen Ressourcen durchzuführenden Bearbeitungsoperationen auszeichnen. Diese Vorgehensweise wird dadurch motiviert, dass bei der operativen Umsetzung von Plänen tendenziell auf die Veränderung von Bearbeitungsreihenfolgen verzichtet werden sollte, da die Auswirkungen einer solchen Veränderung vom zuständigen Disponenten oder Maschinenbediener aufgrund der komplexen Wech-

selwirkungen im Produktionssystem nicht vollständig antizipiert werden können. Des Weiteren resultiert aus einer Veränderung der Auftragsreihenfolgen i. d. R. auch eine Verschiebung der Startzeitpunkte der zugehörigen Bearbeitungsoperationen, so dass die ursprünglich erreichte gleichmäßige Auslastung der Kapazitätskonten nicht mehr gewährleistet ist. Liegt folglich eine geringe Ähnlichkeit zwischen  $S^{\mathcal{U}}$  und  $S^{\tilde{s}}$  vor, wird Szenario  $\tilde{s}$  zur Szenariomenge  $\mathcal{U}$  hinzugefügt und mit Hilfe von Modell (MIP $^{\mathcal{U}}$ ) ein neuer Plan erzeugt, der dann wiederum simulativ bewertet wird. Das iterative Verfahren bricht ab, wenn über eine festgelegte Anzahl an simulierten Szenarien nur noch Maßnahmen erforderlich sind, die die Reihenfolgen der Bearbeitungsoperationen auf den Ressourcen unverändert lassen. Abbildung 3 zeigt am Beispiel zweier unterschiedlicher Produktspektren A und B Ergebnisse der praktischen Anwendung des beschriebenen Ansatzes.



**Bild 3:** Ergebnisse der praktischen Anwendung<sup>2</sup>

Die Bearbeitungsoperationen, die zur Herstellung der Produkte aus Produktspektrum A notwendig sind, weisen in Bezug auf die stochastischen Bearbeitungsdauern und Ausschussquoten *Variationskoeffizienten* auf, die unterhalb von zehn Prozent liegen. Anschaulich bedeutet dies, dass es sich um Produkte handelt, bei deren Fertigung moderate Schwankungen der Problemparame- ter zu erwarten sind. Im Gegensatz dazu sind bei Produkten aus Produktspektrum B starke Schwankungen und Variationskoeffizienten bis zu 35 Prozent möglich. Ausgehend von fünf initialen Szenarien werden simulative Bewertungsläufe durchgeführt und die Szenariomenge  $\mathcal{U}$  iterativ vergrößert. Wenn in zehn aufeinanderfolgenden Bewertungsläufen keine Reihenfolgeän- derungen mehr erforderlich sind, wird das Verfahren abgebrochen. Für jedes Produktspektrum werden ferner vier voneinander unabhängige Experimente durchgeführt, d. h. die Experimente unterscheiden sich durch die im Laufe des Verfahrens entstehenden Szenariomengen  $\mathcal{U}$  und die benötigte Anzahl an Bewertungsläufen. Es wird deutlich, dass mit steigender Schwankungs- breite der Problemparame- ter eine höhere Anzahl an Bewertungsläufen und eine größere Szenario- menge notwendig ist, um hinreichend robuste Produktionspläne zu erzeugen. Die Pläne, die in den einzelnen Experimenten entstehen, weisen eine hohe Ähnlichkeit auf. Dies spricht einerseits für die Robustheit der generierten Pläne, andererseits zeigt sich (z. B. anhand des Vergleichs der Experimente 2 und 4 bei Produktspektrum B) Potential hinsichtlich der Reduzierung der benö- tigten Iterationen.

<sup>2</sup>Bei jedem Experiment ist die Anzahl an benötigten Bewertungsläufen und die Größe der jeweiligen Szenariomenge zum Ende des Verfahrens in der Form *Experiment (Bewertungsläufe/Größe Szenariomenge)* angegeben.

## 6 Zusammenfassung und Ausblick

In diesem Beitrag wurde ein simulationsbasierter Optimierungsansatz für die Terminplanung in der Spezialglasfertigung vorgestellt. Der Vorteil des realisierten Integrationsansatzes liegt in der Kombination von hoher Planungsgenauigkeit, die durch die detaillierte simulative Abbildung des Produktionssystems erreicht wird und der Robustheit der erzeugten Pläne. Insbesondere wird durch die Integration der Optimierung die Suche nach guten Terminplänen systematisiert und erleichtert. Erste Ergebnisse zeigen, dass sich die generierten Produktionspläne durch eine hohe Planstabilität auszeichnen und dass bei der operativen Umsetzung die bis dato auftretenden Unter- und Überbelastungen von Ressourcen deutlich verringert werden können. Um das Verfahren auf die Planung einer größeren Operationsmenge bzw. eines längeren Planungshorizonts zu erweitern, kann auf die exakte Lösung von Model (MIP<sup>U</sup>) verzichtet und stattdessen eine Heuristik zur Ressourcennivellierung eingesetzt werden (vgl. [2]). Des Weiteren ist es möglich, Lösungen von (MIP<sup>U</sup>) zu akzeptieren, die höchstens einen bestimmten Prozentwert *gap* von der optimalen Lösung abweichen. In Bezug auf die beschriebenen Praxisinstanzen zeigt sich z. B., dass für  $|\mathcal{U}| = 10$  bereits nach 300 Sekunden ein Wert  $gap \leq 10\%$  erreicht werden kann.

## 7 Literatur

- [1] ANDERSSON, M. ; NG, A. H. C. ; GRIMM, H.: Simulation optimization for industrial scheduling using hybrid genetic representation In: *Proceedings of the 2008 Winter Simulation Conference* (2008), S. 2004–2011
- [2] BALLESTÍN, F. ; SCHWINDT, C. ; ZIMMERMANN, J.: Resource Leveling in Make-to-Order Production: Modeling and Heuristic Solution Method. In: *International Journal of Operations Research* 4 (2007), S. 50–62
- [3] BEN-TAL, A. ; NEMIROVSKI, A.: Robust optimization - methodology and applications. In: *Mathematical Programming* (2002), S. 453–480
- [4] DEMEULEMEESTER, E. L. ; HERROELEN, W. S.: *Project scheduling: A research handbook*. Boston: Kluwer, 2002
- [5] FINK, R.: *Prädiktiv-reaktive Belegungsplanung verfahrenstechnischer Anlagen bei Chargenproduktion*. Aachen: Shaker, 2008
- [6] HARTMANN, S. ; BRISKORN, D.: A Survey of Variants and Extensions of the Resource-Constrained Project Scheduling Problem. In: *European Journal of Operational Research* 207 (2010), S. 1–14
- [7] HELBER, S. ; HENKEN, K.: Profit-oriented shift scheduling of inbound contact centers with skills-based routing, impatient customers, and retries. In: *Operations Research Spectrum* 32 (2010), S. 109–134
- [8] KÖNIG, M.: Robust construction scheduling using discrete-event simulation. In: *Proceedings of the 2011 ASCE International Workshop on Computing in Civil Engineering* (2011), S. 446–453
- [9] LAW, A. M.: *Simulation modeling and analysis*. Boston: McGraw-Hill, 2007
- [10] MÄRZ, L. ; KRUG, W. ; ROSE, O. ; WEIGERT, G.: *Simulation und Optimierung in Produktion und Logistik. Praxisorientierter Leitfaden mit Fallbeispielen*. Berlin: Springer, 2011
- [11] NEUMANN, K. ; SCHWINDT, C.: Projects with Minimal and Maximal Time Lags: Construction of Activity-on-Node Networks and their Application to Make-to-Order Manufacturing. In: *OR Spectrum* 19 (1997), S. 205–217
- [12] PRITSKER, A. B. ; WATERS, L. J. ; WOLFE, P. M.: Multiproject Scheduling with Limited Resources: A Zero-One Programming approach. In: *Management Science* 16/1 (1969), S. 93–108
- [13] RIECK, J. ; ZIMMERMANN, J. ; GATHER, T.: *Mixed-integer linear programming for resource leveling problems*. Working Paper, Technische Universität Clausthal, Operations Research Group, 2011
- [14] YOON, H. J. ; SHEN, W.: Simulation-based real-time decision making for manufacturing automation systems: a review. In: *International Journal of Manufacturing Technology and Management* 8 (2006), S. 188–203
- [15] ZIMMERMANN, J. ; STARK, C. ; RIECK, J.: *Projektplanung: Modelle, Methoden, Management*. 2. Aufl., Berlin: Springer, 2010