

Simulation und Optimierung

Thomas Hanschke *

Zusammenfassung

Die Arbeit berichtet aus der Fachgruppe zur Richtlinie 3633, Blatt 12 (Simulation und Optimierung), die den effizienten Einsatz von Optimierungsmethoden im Zusammenhang mit Simulationsverfahren regeln soll. Es wird eine Klassifizierung in vier Typen von Optimierungsaufgaben vorgeschlagen.

1 Kategorie A (Simulation folgt der Optimierung)

Hierunter fallen Aufgabenstellungen, bei denen zur Lösung der zugrundeliegenden Optimierungsaufgabe Heuristiken oder approximative Verfahren herangezogen und mit Hilfe von Simulationsverfahren validiert werden.

Praxisbeispiel: Arbeitsstationen mit Gruppenankünften und Gruppenbedienung spielen in der Halbleitertechnik eine herausragende Rolle. Von besonderem Interesse sind dabei kaskadenförmige Anordnungen von Arbeitsstationen, bei denen die Input-Batchgröße deutlich größer ist als die Losgröße des Bedieners. Es ist bekannt, dass die Harmonisierung beider Losgrößen zu einer deutlichen Verringerung der Warteschlangen führt. Eine exakte mathematische Behandlung des Sachverhalts ist allerdings schwierig, da bereits für den einfachen Bedienkanal unter Zugrundelegung allgemeiner Verteilungen für die Zwischenankunfts- und Bedienzeiten keine Resultate bekannt sind. Aber auch die Simulation erweist sich aufgrund der vielen systembedingten inneren Abhängigkeiten als aufwendig, so dass Optimierungsfragen allein durch ereignisorientierte stochastische Simulation nicht beantwortet werden können. Deswegen ist man nach wie vor auf Heuristiken angewiesen, die mit Hilfe der Simulation validiert werden.

In ([Han05]) wird für Bediensysteme mit Gruppenankünften und Gruppenbedienung für den eingeschwungenen Zustand folgende Heuristik angegeben:

$$E[Q] = (a - b \cdot c) \cdot \frac{\rho}{2} + \frac{\rho}{1 - \rho} \cdot p_c \cdot \left(\frac{a CV^2[I] + b CV^2[S]}{2} \right) + \rho \cdot b \cdot c.$$

Hierin bedeuten:

*TU Clausthal, Institut für Mathematik, AG Stochastische Modelle in den Ingenieurwissenschaften, Erzstraße 1, D-38678 Clausthal-Zellerfeld, Germany

- $E[Q]$: Mittlere Anzahl Kunden im System
 a : Losgröße des Inputstroms
 b : Losgröße des Bedienprozesses ($a \geq b \cdot c$)
 ρ : Auslastung des Systems ($0 \leq \rho < 1$)
 $CV[I]$: Variationskoeffizient der Zwischenankunftszeiten
 $CV[S]$: Variationskoeffizient der Bedienzeiten
 c : Anzahl paralleler Bediener
 p_c : Blockierwahrscheinlichkeit (Wahrscheinlichkeit, dass alle c Bediener besetzt sind)

Die Blockierwahrscheinlichkeit wird hierbei durch die Erlang-Formel approximiert ([DG98]). Unsere Simulationsstudie (Tabelle 1) zeigt eine gute Übereinstimmung zwischen den Simulationsergebnissen und den aus der Heuristik gewonnenen Daten. Deswegen wird die Optimierung direkt mit der Heuristik durchgeführt. In diesem Zusammenhang könnte man z. B. nach den zulässigen Kombinationen von a und b fragen, so dass einerseits ein bestimmter Durchsatz und andererseits eine vorgegebene Schranke für die mittlere Anzahl von Kunden im System nicht überschritten wird.

Tabelle 1: Vergleich zwischen Simulation und Heuristik

$CV[I]$	$CV[S]$	<i>Simulation</i>			<i>Heuristik</i>
		$E[Q]$	90% Konfidenzinterv.		$E[Q]$
1, 2	1, 2	92, 270	88, 563	95, 976	94, 230
1, 0	1, 0	66, 694	63, 772	70, 114	67, 500
1, 2	0, 0	65, 788	56, 224	75, 353	65, 070
1, 1	0, 7	68, 260	64, 236	72, 284	65, 678
0, 7	1, 1	49, 934	48, 404	51, 464	51, 098
0, 0	1, 2	33, 449	31, 175	35, 723	35, 910
0, 7	0, 7	35, 462	33, 850	37, 074	36, 518
0, 5	0, 5	21, 839	21, 030	22, 649	21, 938

Datentabelle für $a = 10$, $b = 5$ und $c = 1$

$CV[I]$	$CV[S]$	<i>Simulation</i>			<i>Heuristik</i>
		$E[Q]$	90% Konfidenzinterv.		$E[Q]$
1, 2	1, 2	75, 160	72, 444	77, 877	75, 384
1, 0	1, 0	52, 356	50, 669	54, 042	54, 000
1, 2	0, 0	67, 442	65, 095	69, 786	63, 720
1, 1	0, 7	57, 549	54, 716	60, 381	58, 374
0, 7	1, 1	33, 279	32, 414	34, 144	35, 046
0, 0	1, 2	15, 126	14, 793	15, 460	17, 064
0, 7	0, 7	27, 737	26, 802	28, 672	29, 214
0, 5	0, 5	16, 483	15, 997	16, 697	17, 550

Datentabelle für $a = 10$, $b = 2$ und $c = 1$

2 Kategorie B (Optimierung folgt der Simulation)

Als Basis der angestrebten Lösung dient ein mathematisches Optimierungsmodell, dessen Parameter und Restriktionen jedoch nicht vollständig bekannt sind. Die Simulation dient der Substitution der unbekannt Parameter.

Praxisbeispiel: Simulation im Revenue Management. Fluggesellschaften bieten kein einheitliches Produkt an, sondern differenzieren ihre Produkte entsprechend den Bedürfnissen der verschiedenen Kunden. Grundsätzlich werden diese in Privat- und Geschäftsreisende unterteilt. Diese beiden Gruppen haben verschiedene Präferenzen, z. B. in Bezug auf den Zeitpunkt der Buchung, den Service und den Preis. Geschäftsreisende wünschen sich Flexibilität bei der Nutzung des Tickets und haben höhere Ansprüche an die Qualität des Service. Ebenso reagieren sie wenig auf Preisänderungen und nutzen meist preisintensive, dafür aber voll flexible Tarife. Privatreisende hingegen haben andere Prioritäten, sind preissensibel und nutzen häufig günstige Sondertarife.

Die unterschiedlichen Anforderungen der Kunden erfordern spezifische Angebote. Um diesen gerecht zu werden, existieren Einteilungen nach Beförderungsklassen und Buchungsklassen. Erstere untergliedern das Flugzeug physisch in First, Business und Economy Class. Diese Einteilung legt den Komfort, den Service und die Ausstattung fest. Jede Beförderungsklasse unterteilt sich in Buchungsklassen. Die Buchungsklassen unterscheiden sich durch sogenannte Konditionen, welche überwiegend Einschränkungen in der zeitlichen Gültigkeit des Tickets bedeuten (Vorausbuchungsfrist, Minimal- bzw. Maximalaufenthaltsdauer, Wochenendbindung).

Die sich aus dieser Produktdifferenzierung ergebenden Leistungsbündel werden zu unterschiedlichen Preisen angeboten. Da die Sitzplatzkapazität eines Flugzeuges fix ist, stellt sich an diesem Punkt die Frage, welche Menge der jeweiligen Produkte angeboten werden sollen, um den maximalen Ertrag zu erzielen.

Zu dieser Problemstellung existieren eine Vielzahl von Optimierungsverfahren, welche unterschiedliche Annahmen über das Kaufverhalten der Kunden treffen. Die Mehrzahl dieser Verfahren betrachtet die Nachfrage nach den einzelnen Buchungsklassen als unabhängig voneinander, was eine perfekte Marktsegmentierung unterstellt, die heute als unrealistisch einzuschätzen ist.

Ziel einer stochastischen Simulation ist es nun, bestehende Optimierungsverfahren mit ihren jeweiligen Annahmen zu bewerten, wenn diese Annahmen nicht bzw. nur noch eingeschränkt zutreffen. Dazu werden anhand historischer Buchungsdaten von Fluggesellschaften möglichst realistische Nachfrageströme erzeugt, welche als Input für die verschiedenen Optimierungsverfahren dienen. Dabei kann die Annahme über die Unabhängigkeit der Buchungsklassen auf verschiedene Art und Weise aufgehoben werden. Es wird von der Existenz von Kundensegmenten ausgegangen, welche ein spezifisches Spektrum an Buchungsklassen buchen. Der Kunde fragt dann zwar in einer spezifischen Buchungsklasse

an, jedoch bei deren Nichtverfügbarkeit erfolgt mit einer gewissen Wahrscheinlichkeit eine erneute Anfrage in die nächst höhere Buchungsklasse.

Die Simulation besteht nun nicht nur aus der Nachfrageseite der Kunden, sondern auch aus der Angebotsseite der Fluggesellschaften. Da die Nachfrage im Gegensatz zur Realität bekannt ist, kann diese konstant gehalten werden. Somit können auf der Angebotsseite das eingesetzte Optimierungsverfahren und damit die angebotenen Sitzplatzkontingente variiert werden, was eine Bewertung der verschiedenen Strategien ermöglicht.

3 Kategorie C (Optimierung ist in die Simulation integriert)

Die Steuerung des Prozessablaufs erfolgt durch lokale Steuerungsstrategien, die mittels mathematischer Methoden auf Basis des aktuellen Systemzustands errechnet werden.

Praxisbeispiel: Das Beispiel behandelt die optimale Reihenfolgeplanung in Walzstraßen. Die Warmzone eines Walzwerkes umfasst die Einrichtungen zur Wärmebehandlung, zum Walzen und zum Abkühlen von Walzerzeugnissen. Aus der Engpass-Situation innerhalb der Warmzone ergeben sich verschiedene Zielsetzungen, die mit der Optimierung des Fertigungsprozesses verbunden sind:

1. Zeit- und temperaturoptimale Walzfolge unter
 - (a) Einhaltung der Mindest-Liegezeiten der Brammen in den Öfen und
 - (b) gleichmäßiger Auslastung des Dickblechkühlbettes
2. Zeit- und temperaturoptimale Zieh- und Haltezeiten unter Vermeidung von Überschneidungen der Walzphasen unterschiedlicher Brammen an den Gerüsten
3. Erreichen verschiedener qualitativer Anforderungen, wie beispielsweise die Einhaltung des Coffin-Shape an den Gerüsten
4. Optimale Koordination von Stoßöfen und Herdwagenöfen
5. Optimale Koordination von Einlegeöfen und laufender Walzung

Die sogenannte Walzfolge gibt die Reihenfolge an, in der die Brammen an den Walzgerüsten bearbeitet werden. In ihre Erstellung, eine der zentralen Aufgaben der Produktionsplanung, fließen die unterschiedlichsten Informationen, Vorgaben und Restriktionen ein, die zu einem Optimum verarbeitet werden sollen. Dabei ist zu beachten, dass die Reihenfolge der Brammen an den Walzgerüsten durch das Brammenlager der Brammenadjustage beeinflusst wird und wiederum Einfluss auf die Öfen und das Dickblechkühlbett hat.

Die Zeitpunkte, zu denen die Brammen aus den Öfen gezogen werden und den Walzprozess beginnen, werden Ziehzeiten genannt. Zur Minimierung der Prozesszeiten einer Walzfolge genügt es, die Ziehzeiten zu minimieren. Eine temperaturoptimale und kollisionsfreie Walzung muss über die Haltezeiten zwischen den Walzphasen eingestellt werden.

Im ersten Schritt wird die Reihenfolge einer Ausgangs-Stoßofen-Walzfolge mittels eines stochastischen Algorithmus bezüglich minimaler Prozesszeit und Qualität optimiert. Für die fertige Walzfolge werden dann die optimalen absoluten Ziehzeitpunkte und die durch die Stoßöfen und das Dickblechkühlbett entstehenden Ziehzeitverlängerungen mittels gemischt ganzzahliger linearer Optimierung bestimmt. Anhand der Offline-Daten werden dann in einem dritten Schritt die optimalen Einfügepositionen der Brammen aus den Herdwagenöfen bzw. dem Einlegeofen mittels Vollständiger Enumeration über zuvor festgelegten Zeit-Intervallen berechnet.

Nach den ersten drei Schritten steht die optimale Reihenfolge aller Brammen fest. Die exakten Ziehzeitpunkte und Haltezeiten der Brammen während der laufenden Walzung müssen jedoch mittels deterministischer Simulation ständig an den Prozess angepasst werden, um eine zeit- und temperatur-optimale Walzung zu sichern. Im Online-Modell werden die optimalen Zeiten über ein gemischt ganzzahliges lineares Optimierungsproblem mit quadratischen Zielfunktions-Termen ständig aktualisiert.

4 Kategorie D (Simulation ist in die Optimierung integriert)

In diesem Fall dient die Simulation der Berechnung der nicht funktional beschreibbaren Zielfunktion.

Praxisbeispiel: Bei der optimalen Allokation von Puffern zu Arbeitsstationen besteht z.B. allgemein das Problem, dass der Zusammenhang zwischen Durchsatz und Anzahl bzw. Zuordnung der Puffer nicht mehr mathematisch aufgelöst werden kann. In diesem Fall werden mittels eines stochastischen Suchverfahrens sukzessive geeignete Lösungsvorschläge unterbreitet und die erzielte Verbesserung mittels Simulation ermittelt.

Literatur

- [DG98] DONALD GROSS, CARL M. HARRIS: *Fundamentals of Queueing Theory*. John Wiley and Sons Inc., New York, 3 Auflage, 1998.
- [Han05] HANSCHKE, THOMAS: *Approximation for the Mean Queue Length of the $G^X/G^{(b,b)}/c$ Queue*. Operations Research Letters, 2005.

Danksagung

Für die Bereitstellung der Simulationsmodelle danke ich Frau Dr. H. Busch, Dillinger Hütte GTS, Dipl.-Math. R. Brucherseifer, DLR, und Dipl.-Math. M. Friedemann, TU Clausthal/Deutsche Lufthansa AG.